

平成 28 年度
首都大学東京大学院社会科学研究所
経営学専攻博士前期（修士）課程
（高度金融専門人材養成プログラム）
入学試験問題（前期）

試験科目：ファイナンス
平成 27 年 10 月 18 日（日）
時間：13:00 ～ 14:30

注意事項

- ① 問題は、開始の合図があるまで、開いてはいけません。
- ② 本冊子の問題は全員に共通で、問題 1 から問題 3 まであります。
- ③ 答案用紙には、受験番号、氏名を記入してください。また、答案用紙は表裏とも使用してください。
- ④ 解答は結果だけでなく、途中経過や考え方がわかるように考えて書いてください。
- ⑤ 試験開始後、受験者の写真照合を行いますのでご協力ください。
- ⑥ 試験開始後 60 分以内は、退場できません。
- ⑦ 下書き用紙の内容は、一切採点の対象になりません。
- ⑧ 問題、答案用紙、下書き用紙は、試験終了後に回収します。

問題1 額面1円, 満期3年, 満期一括償還で年1回利払い, クーポンレート(年率) C (注: 1%のときは $C = 0.01$ で表す)の債券を考える. 額面を1円としていることに注意されたい.

(1) 現在価値 P と複利最終利回り(年率) Y の関係式を, P を Y の関数 $P(Y)$ として書きなさい.

(2) $P(Y)$ が Y の単調減少関数であることを示しなさい.

(3) クーポンレートが $C = 0.03$ (3%)のとき, $P(Y) = 1$ 円(パー)であった. この債券の Y を求めなさい.

問題2 無リスク資産と株式1銘柄のみ存在する完全市場において、株価の二項モデルを使って株式デリバティブの無裁定価格を考える。株価は時点 $t=0$ で S とし、 $t=1$ で確率 p で uS になり（これを上昇と呼ぶ）、確率 $1-p$ で dS になる（これを下落と呼ぶ）。一方、無リスク資産の価格は $t=0$ で1、 $t=1$ で $1+r$ になる。ただし、 $0 < d < 1+r < u$ 、 $0 < p < 1$ 、 $S > 0$ とし、 S, p, u, d, r はすべて定数とする。

(1) あるオプションの満期が $t=1$ で、株価上昇時のペイオフを P_u 、株価下落時のペイオフを P_d とする。このオプションの複製ポートフォリオが株式 Δ 単位、無リスク資産 B 単位からなるとき、これらが満たす関係式を示しなさい。

(2) (1)で示した方程式を解き、複製ポートフォリオを求めなさい。また、 $t=0$ におけるオプション価格も求めなさい。

(3) 満期 $t=1$ 、行使価格 $S(1+r)$ のヨーロピアンプットオプションの $t=0$ における価格を求めなさい。

(4) リスク中立確率（特に、ここでは株価の上昇確率のことを指す）を求めなさい。

(5) 条件 $d < 1+r < u$ が課される理由を説明しなさい。ただし、 $d < u$ は前提とするので、理由を述べる必要はない。

問題3 以下の問いに答えなさい。

(1) 平均 μ , 標準偏差 $\sigma > 0$ の正規分布の密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

で与えられる。この分布に従う確率変数 X の平均 $E[X]$ が μ , 分散 $V[X]$ が σ^2 になることを密度関数を使って示しなさい。

(2) 次の2変数関数

$$f(x, y) = e^{x+y}$$

を点 $(0, 0)$ のまわりでテーラー展開（すなわちマクローリン展開）して2次項まで求めなさい。なお、高次の残差項は R で示しなさい。

(3) 次の微分方程式

$$\frac{dB(t)}{dt} = rB(t), \quad B(0) = 1.$$

を解き、 $B(t), t \geq 0$ を求めなさい。ただし、 r は正定数とする。