2020年度
東京都立大学（現首都大学東京）
大学院経営学研究科
経営学専攻博士前期課程
（経済学プログラム）
入学試験問題（2月入試）

2020年2月8日（土） 13:00 ～ 14:30

試験科目：経済史・数学

注意事項

① 問題は，開始の合図があるまで，開かないこと。
② 答案用紙には，受験番号，氏名を書き，選択した科目名を明記すること。
③ 数式・記号等以外は日本語で答案を作成すること。
④ 答案用紙は表だけを使用すること。裏は使わないこと。
⑤ 答案用紙が不足する場合は監督者に請求すること。答案が二枚以上にわたるときは，答案用紙の下端にページ数（１，２，・・・）を記入すること。
⑥ 試験終了時には，問題・答案用紙・下書き用紙を机のうえに置き，監督者の指示があるまで着席していること。
⑦ 問題の印刷不明瞭，落丁・乱丁などに気が付いた場合には，ただちに監督者に知らせること。
⑧ 試験時間内は，トイレ・体調不良等の場合を除き，退室できません。
⑨ 問題，答案用紙，下書き用紙は，試験終了後回収します。
⑩ 下書き用紙の内容は，一切採点の対象になりません。
⑪ 経済学プロジェクトを希望する者は数学を選択すること。
⑫ 経済史プロジェクトを希望する者は経済史を選択すること。

経　済　史

解答上の注意

経済史を選択する受験者は，次ページ以降の**問題１，問題２の中から１つを選んで解答**すること。また，答案用紙には**選んだ問題の番号を明記**すること。

経済史　問題 1

以下の問題すべてに答えなさい。

1　株式会社について，制度としての特徴と歴史的起源を説明しなさい。

2　福祉国家の事例を一つ取り上げて，歴史的展開とその背景について説明しなさい。

経済史　問題２

次の表を参考にしながら，1876（明治９）年から 1890（明治 23）年における日本の経済状況と政府の金融・通貨政策について，自由に論じなさい。

表　政府紙幣・国立銀行券・日本銀行券の現在高（流通高）および物価指数

	政府紙幣現在高	国立銀行券現在高	日本銀行券現在高	銀貨1円に対する紙幣の年平均相場(注1)	物価指数(注2)	
					農産物	工業製品
	千円	千円	千円	円		
1876	105,147	1,744	−	0.989	87.3	99.1
77	105,797	13,352	−	1.033	94.0	100.4
78	139,418	26,279	−	1.099	105.2	109.1
79	130,308	34,046	−	1.212	139.4	122.2
80	124,940	34,426	−	1.477	166.7	146.8
81	118,905	34,396	−	1.696	177.0	177.8
82	109,369	34,385	−	1.571	147.8	161.2
83	97,999	34,275	−	1.264	110.0	127.6
84	93,380	31,015	−	1.089	95.4	113.8
85	88,345	30,155	3,653	1.055	111.8	110.0
86	67,800	29,501	39,025	1.000	102.7	106.5
87	55,815	28,604	53,235		95.0	112.9
88	46,734	27,679	62,995		91.3	113.2
89	40,913	26,739	74,297		105.8	117.0
90	34,272	25,810	102,931		142.5	121.5

出所：三和良一・原朗編『近現代日本経済史要覧〔補訂版〕』東京大学出版会，2010年，64頁。
注1：ここでの「紙幣」は政府紙幣を指すと考えて良い。
注2：物価指数は，1874-76年＝100。

数　学

以下の問題すべてに答えなさい。

1　関数$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$を

$$f(x,y) = exp(x^2 + 2xy + 3y^2 + 4x + 5y + 6)$$

とする。関係式 $\frac{\partial f}{\partial x}(x^*, y^*) = 0,\ \frac{\partial f}{\partial y}(x^*, y^*) = 0$ を同時に満たす(x^*, y^*)を求めなさい。

2　2×2行列Aを $A = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ とする。

(1) $Av_i = \lambda_i v_i\ (i = 1,2)$ を満たす2組の固有値$\lambda_1, \lambda_2 \in \mathbb{R}$と固有ベクトル$v_1, v_2 \in \mathbb{R}^2$を求めなさい（ただし，零ベクトルを除く）。

(2) $u \in \mathbb{R}^2$ が $u = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ と与えられた時，$u = av_1 + bv_2$ を満たす $a, b \in \mathbb{R}$ をx, y を用いて表しなさい。

(3) $\lim_{n\to\infty} A^n u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ を満たす $u \in \mathbb{R}^2$ の集合を求めなさい。

3　正規分布$N(\mu, \sigma^2)$に従う確率変数Xの密度関数fは

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right), \quad x \in \mathbb{R}$$

で与えられる。aを定数とする時，期待値$E[e^{aX}]$を求めなさい。

4　$\mathbb{R}^2$内の集合Cを $C = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, x \geq 0,\ y \geq 0,\ x + y \leq 1 \right\}$ とする。

(1) 集合$B \subseteq \mathbb{R}^n$について，任意の$t \in [0,1]$と任意の$u, v \in B$に対して

$$tu + (1-t)v \in B$$

が成立する時、集合Bは凸集合であると言う。
集合Cは凸集合であることを示しなさい。

(2) 凸集合$I \subseteq \mathbb{R}$上の関数$h: I \to \mathbb{R}$について，任意の$t \in [0,1]$と任意の$x, y \in I$に対して

$$th(x) + (1-t)h(y) \leq h(tx + (1-t)y)$$

が成立する時、関数hは凹関数であると言う。
区間$[0,1]$上の2つの関数$f, g: [0,1] \to \mathbb{R}$は狭義単調増加連続関数かつ凹関数と仮定する（閉区間$[0,1]$は凸集合である。）。集合C上の関数$G: C \to \mathbb{R}^2$を

$$G\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x) \\ g(y) \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in C$$

と定義する。
関数Gによる集合Cの像

$$G(C) = \left\{ G\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2 \,\middle|\, \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in C \right\}$$

は凸集合であることを示しなさい。