平成 30 年度
首都大学東京大学院経営学研究科
経営学専攻博士前期課程
（ファイナンスプログラム）
入学試験問題（~~一般選抜前~~期）

後

平成 30 年 2 月 10 日（土）　13:00 ～ 14:30

試験科目：ファイナンス

注意事項

① 問題は，開始の合図があるまで，開かないこと。

② 答案用紙には，受験番号，氏名を書き，選択した科目名を明記すること。

③ 数式・記号等以外は日本語で答案を作成すること。

④ 答案用紙は表だけを使用すること。裏は使わないこと。

⑤ 答案用紙が不足する場合は監督員に請求すること。答案が二枚以上にわたるときは，答案用紙の下端にページ数（１，２，・・・）を記入すること。

⑥ 試験終了時には，問題・答案用紙・下書き用紙を机のうえに置き，監督者の指示があるまで着席していること。

⑦ 問題の印刷不明瞭，落丁・乱丁などに気が付いた場合には，ただちに監督者に知らせること。

⑧ 試験開始後 30 分以内は，退場できません。

⑨ 問題，答案用紙，下書き用紙は，試験終了後回収します。

⑩ 下書き用紙の内容は，一切採点の対象になりません。

⑪ 答案用紙には，結果だけではなく，途中経過や考え方がわかるように解答すること。

ファイナンス

1. 次に挙げる用語のいずれか一つについて，最大200字程度で極力簡潔に説明しなさい。なお数式や図を用いても構わないが，文字数には含めない。

(1) CAPM (Capital Asset Pricing Model, 資本資産価格理論)

(2) CDS (Credit Default Swap)

(3) プロスペクト理論

2. 以下の問いにすべて答えなさい。

(1) パラメータ $\lambda > 0$ のポアソン分布の確率関数 $p_X(x) = P(X = x)$ は

$$p_X(x) = \frac{\lambda^x}{x!}e^{-\lambda} \ (x = 0, 1, 2, \cdots)$$

で与えられる。平均を求めなさい。

(2) 次の関数を x について微分しなさい。ただし，a, b, c, d は定数とする。

(a) $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-x^2}{2}}$

(b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{-t^2}{2}}dt$

(c) $\displaystyle\int_{a}^{b} e^{-tx}dt$

(d) $\displaystyle\int_{ax+b}^{cx+d} e^{-tx}dt$

(3) 2 階常微分方程式

$$x^2 f''(x) + \alpha x f'(x) + \beta f(x) = 0$$

に対して，α, β を定数とする以下の 2 次方程式

$$\lambda^2 + (\alpha - 1)\lambda + \beta = 0$$

を特性方程式という。以下の問いに答えなさい。

(a) 特性方程式が 2 つの実数解 λ_1 と λ_2 をもつ条件を α と β を用いて示しなさい。

(b) 微分方程式の解が

$$f(x) = C_1 x^{\lambda_1} + C_2 x^{\lambda_2}$$

で与えられることを示しなさい。ただし，C_1 と C_2 は任意の定数とする。

3. $t = 0, 1$（年）の 2 時点からなる裁定機会の存在しない市場を考える。この市場では，$t = 1$ において好況，普通，不況の 3 つの状況を取り得る。市場には 2 つのリスクのある証券と 1 つの無リスク証券が存在し，証券 1 の価格は好況，普通，不況時にそれぞれ 135, 120, 90 となり，証券 2 の価格はそれぞれ 180, 100, 60 であるとする。無リスク証券については，いずれの状況でも 120 の価値をとるとする。また $t = 0$ における価格は，証券 1，証券 2，無リスク証券ともに 100 である。以下の問いに答えなさい。

(1) この市場における満期 1 年の無リスク金利 r を答えなさい。

(2) 証券 1，証券 2，無リスク証券をそれぞれ x, y, z 単位持つことにより，好況時に価値が 120 になり，普通・不況時に価値が 0 になるポートフォリオを組みたい。x, y, z を求め，このポートフォリオの価値を求めなさい。

(3) 同様にして，

(a) 普通時に価値が 120 になり，好況・不況時に価値が 0 になるポートフォリオの価値を求めなさい。

(b) 不況時に価値が 120 になり，好況・普通時に価値が 0 になるポートフォリオの価値を求めなさい。

(4) ある実数 q_1, q_2, q_3 が，$0 \leq q_i \leq 1, i = 1, 2, 3$ かつ $q_1 + q_2 + q_3 = 1$ を満たすとする．さらに，好況，普通，不況時の価値がそれぞれ X_1, X_2, X_3 であり，$t = 0$ において X_0 の価値を持つすべての証券について

$$X_0 = \frac{1}{1+r}(q_1 X_1 + q_2 X_2 + q_3 X_3)$$

を満たすとき，q_1, q_2, q_3 をリスク中立確率という。この問題におけるリスク中立確率を求めなさい。

4. ある金融機関のポートフォリオについて，現時点における価値を V_0，将来時点 $t>0$ における価値を V_t とする。時点 t におけるポートフォリオの損失額は $L=-(V_t-V_0)$ で，現時点においては確率変数である。水準 $\ell>0$ を超えて発生する大きな損失に関心があり，ここでは期待ショートフォール T と保険料 C を以下の通り定義する。

(1) 損失額がある水準 ℓ を超えるという条件のもとでの L の期待値を期待ショートフォール T と呼ぶ。すなわち，$T=E[L \mid L>\ell]$ である。

(2) 損失額がある水準 ℓ を超えた場合にのみ，ℓ を超える損失額 $L-\ell$ が支払われる保険があるものとする。したがって，支払われる保険金は $\max(L-\ell,0)$ である。保険料 C は保険金の期待値により定まるものとする。すなわち，$C=E[\max(L-\ell,0)]$ である。

L が ℓ を上回る確率を $q=P(L>\ell)$ とおく。T,ℓ,q を用いて，C を求めなさい。