

平成 29 年度

首都大学東京大学院社会科学研究所

経営学専攻博士前期（修士）課程

（高度金融専門人材養成プログラム）

入学試験問題（後期）

試験科目：ファイナンス

平成 29 年 2 月 11 日（土）

時間：13:00～14:30

**注意事項**

- ① 問題は、開始の合図があるまで、開いてはいけません。
- ② 本冊子の問題は全員に共通で、問題 1 から問題 4 まであります。
- ③ 答案用紙には、受験番号、氏名を記入してください。また、答案用紙は表のみを使用してください。裏は使用しないでください。
- ④ 解答は結果だけでなく、途中経過や考え方がわかるように考えて書いてください。
- ⑤ 試験終了時には、問題・答案用紙・下書き用紙を机のうえに置き、監督者の指示があるまで着席しててください。
- ⑥ 問題の印刷不明瞭、落丁・乱丁などに気が付いた場合には、ただちに監督者に知らせてください。

問題 1. 次に挙げる用語のいずれか 1つを選択し、最大 200 字程度で極力簡潔に説明しなさい。なお数式や図を用いても構わないが、文字数には含めません。

1. 効率的市場仮説
2. Modigliani-Miller の定理
3. プットコールパリティ

問題 2. 以下の問いに答えなさい。

1. 次の 2 変数関数

$$f(x, t) = e^{x+a(T-t)}$$

を点  $(x, t) = (0, 0)$  の周りでテイラー展開（すなわちマクローリン展開）して 2 次項まで求めなさい。ただし、 $a, T$  は 0 でない定数とする。なお、高次の残差項は  $R$  で示しなさい。

2. 次の微分方程式

$$\frac{dB(t)}{dt} = (a - bt)B(t), \quad B(0) = 1$$

を解き、 $B(t)$ ,  $t \geq 0$  を求めなさい。ただし、 $a, b$  は定数とする。

3.  $X$  と  $Y$  を互いに独立な確率変数とし、 $X$  の分散を  $V[X]$  とする。確率変数  $X + Y$  について、以下が成り立つことを示しなさい。

$$V[X + Y] = V[X] + V[Y]$$

4. 平均  $\mu$ , 標準偏差  $\sigma > 0$  の正規分布に従う確率変数  $X$  の密度関数は

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{-\frac{(x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

で与えられる。以下の問いに答えなさい。

- (a) 確率変数  $X$  の積率母関数  $m_X(t) = E[e^{tX}]$  が

$$m_X(t) = \exp\left\{\mu t + \frac{\sigma^2}{2} t^2\right\}$$

であることを示しなさい。

- (b) 積率母関数  $m_X(t)$  を  $t$  で微分することによって、期待値  $E[X]$  と分散  $V[X]$  を求めなさい。
- (c) 確率変数  $Y = e^X$  は対数正規分布に従う。 $Y$  の期待値  $E[Y]$  と分散  $V[Y]$  を求めなさい。

問題 3. ある 3 社の企業を考え、いずれの企業についても 1 年後までにデフォルトする周辺確率を  $q$  とする. 1 年後までに 3 社のうち  $n$  社 ( $n = 0, 1, 2, 3$ ) がデフォルトし、残りの  $3 - n$  社が生存している確率を  $P_n$  とおく. 以下のそれぞれの場合について、 $q$  を用いて  $P_0, P_1, P_2, P_3$  を表しなさい.

1. 3 社は財務的にまったく別の企業であり、デフォルトが独立に発生する場合.
2. 3 社は密接に関係しており、デフォルトの発生が互いに従属している場合. すなわち、ある企業がデフォルトすると、他の企業も必ずデフォルトする場合.

問題 4. 次の確率微分方程式を満たす 2 つの資産価格を考える.

$$\begin{aligned}dX(t) &= \mu_1 X(t)dt + \sigma_1 X(t)dW_1(t) \\dY(t) &= \mu_2 Y(t)dt + \sigma_2 Y(t)dW_2(t)\end{aligned}$$

ただし、 $\mu_i, \sigma_i$  ( $i = 1, 2$ ) は定数であり、標準ブラウン運動  $W_i(t)$  は、通常の

$$E[dW_i(t)] = 0, \quad E[(dW_i(t))^2] = dt, \quad i = 1, 2$$

の性質をもつ. さらに、2 つのブラウン運動は次のような相関をもつとする.

$$E[dW_1(t)dW_2(t)] = \rho dt$$

ただし、 $\rho \in [-1, 1]$  は定数である. 伊藤の公式を用いて、次の確率過程が従う確率微分方程式を導きなさい.

1.  $Z(t) = \log X(t)$
2.  $Z(t) = X(t)Y(t)$