

コモディティ市場におけるファクターの特徴と ファクター間の関係

西崎 薫

東京都立大学大学院 経営学研究科 博士前期課程

2024年3月9日

概要

本稿ではコモディティ市場におけるファクターに焦点を当て、その特徴やファクター間の関係を明らかにする事を目的に分析を行う。結果として以下の3つが判明した。第一に、先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解しポートフォリオ分析をすると、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドファクターとバリューファクター間にそれぞれ負の相関があり、その相関はキャピタルゲインとイールドそれぞれを通じた影響による。そして、ファクター間の相関を考慮した複合ファクターを作成するとパフォーマンスが向上する。第二に、コモディティファクターと株式ファクターの関係性は、コモディティモメンタムは株式モメンタムと関係性があるが、コモディティキャリアとコモディティバリューに関してはそれぞれ株式配当利回り、株式バリューとの関係性が見られない。第三に、ボラティリティコントロールについてポートフォリオのパフォーマンスに大きな向上をもたらさないが、個別とポートフォリオ、それぞれのボラティリティコントロールの比較すると、リターンに対するコモディティ間の相関がシャープレシオに対して負の方向に影響がある。

目次

1	導入	4
2	データ	5
3	分析手法	6
3.1	リターンの計算	6
3.2	ロングショートポートフォリオの作成	7
3.3	等ウェイトポートフォリオ	8
4	基本統計量	8
5	ファクター分析	9
5.1	ファクターの作成	10
5.2	分析結果	12
5.3	ファクターリターン間の関係	15
6	リターン分解分析	16
6.1	リターン分解の作成	17
6.2	リターン分解の分析結果	18
7	複合ファクターポートフォリオ	21
7.1	複合ファクターの作成	22
7.2	複合ファクターの分析結果	23
8	株式ファクターとの関係	28
8.1	コモディティファクターと Fama-French6 ファクターとの関係	28
8.2	株式ファクターへの予測性	29
9	ボラティリティコントロール分析	32
9.1	ボラティリティコントロールリターンの作成	32
9.2	ボラティリティコントロールリターンの分析結果	33
9.3	ポートフォリオのボラティリティコントロール	34
10	結論	36
付録 A		36
A.1	セクターニュートラル	36

A.2	リターン分解の補足説明	38
A.3	キャリーモメンタムファクター	39
A.4	寄与率の複合ファクター	40
A.5	ボラティリティコントロールリターンの分解	42

1 導入

本稿ではコモディティファクターに焦点を当てる。ファクターとは多くの証券(コモディティ, 株式)のリターンに影響を与える変数である。ファクターリスクへのエクスポージャーを増やしてリスクプレミアムをとる事が可能であり, 個々のファクターの持つ特性やファクター間の関係性について知ることは投資家にとって重要である。本稿ではコモディティ市場におけるファクターに焦点を当て, その特徴やファクター間の関係を明らかにする事を目的に分析を行う。

本稿の貢献は3つある。第一に, 先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解してポートフォリオ分析を行う。その結果, キャリー, モメンタム, モメンタムスプレッドとバリュウ間にそれぞれ負の相関があり, その相関はキャピタルゲインとイールドそれぞれに対する寄与の方向によって判明する。バリュウやモメンタムといった一部のファクターについてリターン分解を行い, 寄与の方向を見た先行研究は [Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) や [Han \(2023\)](#) が存在するが, 4つのファクターについて包括的に分析したものは著者が知るかぎり存在しない。また, ファクター間の相関を考慮して複合ファクターを作成する。すると, 最もシャープレシオが高いもので1.111という高いパフォーマンスを発揮するファクターポートフォリオを作成出来る。第二に, コモディティファクターと株式ファクターの関係性の分析を行う。その結果, クロスセクション方向の回帰分析でモメンタムは株式モメンタムと関係性があるがキャリー, バリュウに関してはそれぞれ株式配当利回り, 株式バリュウとの関係性が見られない事が判明する。最後に, ボラティリティを一定にした際のファクター分析を行う。ボラティリティコントロール自体はポートフォリオのパフォーマンスに大きな向上をもたらさないが, 個別とポートフォリオそれぞれのボラティリティコントロールを行い比較することで, リターンに対するコモディティ間の相関がシャープレシオに対して負の方向に影響があることが分かる。上記の貢献はコモディティ市場にてヘッジを行う事業会社やコモディティ市場に投資を行う金融機関や投資家にとって有益である。

本稿の貢献は [Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) と関連する。[Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) ではコモディティ市場において, バリュウがキャリー, モメンタムに対してそれぞれ負のエクスポージャーを持つと指摘し, ファクターに対してニュートラルにすることでバリュウファクターが経済的, 統計的に有意なパフォーマンスを得ることが出来ると述べる。また, ボラティリティコントロールについては [Kang and Kwon \(2021\)](#) と関連する。[Kang and Kwon \(2021\)](#) はキャリー, モメンタム, モメンタムスプレッドで作成したファクターポートフォリオを対象に, 日次リターンを使用した過去1ヶ月の実現ボラティリティでボラティリティコントロールを行う。分析結果では過去12ヶ月のモメンタムファクターを除いてシャープレシオが有意に改善したものは見られない。本稿ではこれらの先行研究をより発展させた結果を得る。

本稿の構成は次の通りである。第2節は使用したデータの説明。第3節では分析手法についての説明を行う。第4節にデータの基本統計量を示す。第5節では生の先物リターンにおけるロングショートポートフォリオを使ったファクター分析を行う。第6節では先物リターンをキャピタルゲインとイールド分解したファクター分析をする。第7節では分析したファクターを組み合わせた

複合ファクターを作成する。第 8 節ではコモディティファクターと株式ファクターの関係を分析する。第 9 節ではボラティリティを一定にした際のファクター分析を行う。最後に第 10 節で結論を述べる。

2 データ

コモディティ先物価格データは [Szymanowska et al. \(2014\)](#) を参考に 21 種類の日次コモディティ先物価格の終値を Bloomberg から取得して使用する。データの取得期間は取引所に上場していた期間に違いがあるため、各コモディティによって異なる。ファクターポートフォリオを作成する際、各銘柄固有の要因による変化の影響を緩和するために、3 分位それぞれのポートフォリオ内の銘柄が 3 個以上、つまり最低 9 銘柄以上になるように分析期間を設定する^{*1}。よって、分析対象となる期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月である。

先物はそれぞれの限月の満期日において清算されてしまうため、ロングポジションの場合は期近銘柄を売って期先銘柄を買う（ショートポジションの場合は期近銘柄を買って期先銘柄を売る）ロールオーバーをする必要がある。本稿では各銘柄における限月の前月末にロールオーバーを行う。つまり T 月が限月の先物の場合、 $T - 1$ 月の月末でロールオーバーを行う。また、コモディティによって取引可能な限月が異なるため Crude Oil のように毎月ロールオーバーするコモディティがある一方で、Corn のように一部の月でロールオーバーを行うコモディティもある^{*2}。

使用するコモディティはそれぞれ Heating Oil, Gasoline, Crude Oil, Feeder Cattle, Live Cattle, Live Hogs, Gold, Copper, Silver, Corn, Oats, Wheat, Rough Rice, Soybean Oil, Soybeans, Soybean Meal, Coffee, Orange Juice, Cocoa, Cotton, Lumber^{*3} の 21 種類である。これらは、[Szymanowska et al. \(2014\)](#) によると、Energy (3 種類), Meats (3 種類), Metals (3 種類), Grains (4 種類), Oilseeds (3 種類), Softs (3 種類), Industrial Materials (2 種類) の 7 種類のセクターに分けられ、比較的取引量が多く、幅広い限月の先物が提供されているコモディティ先物である。また、これらのコモディティは NYMEX, CME, CBOT, ICE といった取引所に上場している。また、米国ドル建ての価格を使用する。

コモディティのスポット価格に関しては実物取引となるため、データを取得することが難しい。そのため、先物価格において直近限月の銘柄の価格をスポット価格とみなして分析を行う。これは [Szymanowska et al. \(2014\)](#) でも同様である。データの銘柄等の詳細は表 1 で述べる。

*1 一部の銘柄について Bloomberg から先物価格データが取得できない期間があるため、その期間については該当の銘柄は分析対象から除外する。そのため、一部期間において分析対象となる銘柄数が 8 になっている期間がある。その場合はトップとボトムポートフォリオ内の銘柄数がそれぞれ 3 になるように調整を行う。

*2 各コモディティの取引限月は表 1 に示す。

*3 Lumber にて LB が廃止されたため、2022 年 9 月 15 日から Lumber の価格を LBO から取得する。

表 1: 銘柄詳細

セクター	銘柄名	シンボル	取引所	取引限月	分析開始月	分析開始月 (ボラティリティコントロール)
Energy	Crude Oil	CL	NYMEX	毎月	1983年4月	1985年5月
	Gasoline	XB	NYMEX	毎月	2005年11月	2007年11月
	Heating Oil	HO	NYMEX	毎月	1986年8月	1988年5月
Meats	Feeder Cattle	FC	CME	1,3,5,8,9,10,11	1976年2月	1978年2月
	Live Cattle	LC	CME	2,4,6,8,10,12	1965年2月	1967年3月
	Live Hogs	LH	CME	2,4,5,6,7,8,10,12	1986年11月	1988年11月
Metals	Gold	GC	CMX	毎月	1975年2月	1977年2月
	Copper	HG	CMX	毎月	1989年7月	1991年8月
	Silver	SI	CMX	毎月	1975年2月	1977年2月
Crains	Corn	C	CBOT	3,5,7,9,12	1959年9月	1961年9月
	Oats	O	CBOT	3,5,7,9,12	1978年12月	1981年1月
	Wheat	W	CBOT	3,5,7,9,12	1959年8月	1978年9月
	Rough Rice	RR	CBOT	1,3,5,7,9,11	1989年10月	1995年11月
Oilseeds	Soybean Oil	BO	CBOT	1,3,5,7,8,9,10,12	1959年8月	1961年8月
	Soybeans	S	CBOT	1,3,5,7,8,9,11	1959年8月	1961年9月
	Soybean Meal	SM	CBOT	1,3,5,7,8,9,10,12	1959年10月	1961年11月
Softs	Coffee	KC	ICE	3,5,7,9,12	1973年4月	1975年5月
	Orange Juice	JO	ICE	1,3,5,7,9,11	1967年5月	1969年6月
	Cocoa	CC	ICE	3,5,7,9,12	1959年11月	1963年9月
Ind Mat	Cotton	CT	ICE	3,5,7,10,12	1960年6月	1967年7月
	Lunber	LB/LBO	CME	1,3,5,7,9,11	1987年1月	1993年2月

セクター及び銘柄名は Szymanowska et al. (2014) を参考に作成する。ティックカーシンボルは Bloomberg のティックカーシンボルを示す。分析開始月は Bloomberg でデータを取得出来た年月を示す。ボラティリティコントロールの分析開始月はボラティリティの計算のため開始月が生リターンと比べ約 2 年ほど遅れる。データの取得期間は分析開始月から 2023 年 4 月まで。

3 分析手法

本節では、分析に用いた先物リターンとロングショートポートフォリオの作成方法について説明する。

3.1 リターンの計算

本節では期間 $t \rightarrow t+1$ におけるコモディティ j の月次先物リターン r を

$$r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{F_{j,t+1}^{T_n} - F_{j,t}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} \quad (1)$$

と考える。ここで $F_{j,t}^{T_n}$ は時点 t におけるコモディティ j の第 n 限月の先物価格である。($F_{j,t}^{T_1}$ は時点 t におけるコモディティ j での直近限月 (第 2 限月) の先物価格である。) 注意する点として、直近限月の先物価格をスポット価格とみなすため、 $F_{j,t}^{T_1}$ は実際には第 2 限月の先物価格となる。ま

た、本稿では先物リターンを分析対象としており、分析するリターンはトータルリターンではなく短期金利を控除した超過リターンである。そして、アメリカ市場が分析対象なので、リターンは米ドル建てのリターンである。

ロールオーバーの際は期近の先物契約を売り、期先の先物契約を買うため参照する価格にずれが生じる。この影響を考慮するため価格を一度インデックスに変換してからリターンを作成する。インデックスの計算式は式 (2) の通りである。

$$\text{Index}_{j,t+1}^{T_n} = \frac{\text{Index}_{j,t}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} \times F_{j,t+1}^{T_n} \quad (2)$$

ここで $\text{Index}_{j,t}^{T_n}$ は時点 t におけるコモディティ j の第 n 限月のインデックスである。また、分析開始月のインデックスは 100 とする。ロールオーバーの時点 t では

$$\text{Index}_{j,t+1}^{T_n} = \frac{\text{Index}_{j,t}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_{n+1}}} \times F_{j,t+1}^{T_{n+1}} \quad (3)$$

と計算する。そして、得られたインデックスから月次(リスクフリーレート)の超過先物リターン r を

$$r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{\text{Index}_{j,t+1}^{T_n} - \text{Index}_{j,t}^{T_n}}{\text{Index}_{j,t}^{T_n}} \quad (4)$$

と作成する。この式 (4) は、式 (1) と同じ計算である。

3.2 ロングショートポートフォリオの作成

本稿では分析するファクターの特性値に基づいたロングショートポートフォリオを作成し、そのポートフォリオリターンでファクターの有効性を分析する。ロングショートポートフォリオによる分析を行う利点として、ポートフォリオに複数の銘柄が入ることで、特定の銘柄による著しい変動をある程度緩和することが出来る。また、実際に組成することが可能なモデルにすることで、示したファクター効果を実際の運用に比較的容易に活用することが出来る。ロングショートポートフォリオの作成については [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) を参考に作成し、3分位ポートフォリオと、順位加重ポートフォリオの2種類を作成する。

初めに、3分位ポートフォリオについて説明する。まず各コモディティを分析対象とするファクターの特性値に基づいてクロスセクション方向で降順に並べる。そして、特性値の大きいものからそれぞれ P1 (Portfolio1), P2, P3 の3つのポートフォリオに 1/3 ずつ分ける。そして、ポートフォリオ内のコモディティのリターンについて等ウェイトの平均をとり、それを各ポートフォリオのリターンとする。その後 P1 から P3 のリターンを引き「P1-P3」のロングショートポートフォリオとする。なお、各コモディティ固有の要因による変化の影響を緩和するために3分位それぞれのポートフォリオ内のコモディティは3個以上とする。また、総コモディティ数が3で割り切れない場合は P2 の数を調整して対応する*4。

*4 例えば、総コモディティ数が10の時 P1 に3つ、P2 に4つ、P3 に3つを割り当てる。

続いて、順位加重ポートフォリオについて説明する。あるファクターにおける時刻 t でのコモディティ $j = 1, 2, \dots, N$ の特性値を $S_{j,t}$ とする。この特性値に基づいて降順にソートした際の上位からの順位を $\text{rank}(S_{j,t})$ とすると、時点 t におけるコモディティ j のウェイトは

$$w_{j,t} = c_t \left(\text{rank}(S_{j,t}) - \frac{\sum_j \text{rank}(S_{j,t})}{N} \right) \quad (5)$$

$$c_t = - \frac{1}{\left| \text{rank}(S_{j,t}) - \frac{\sum_j \text{rank}(S_{j,t})}{N} \right|}$$

となる。ここで c_t はロング側、ショート側それぞれのウェイトの合計 1, -1 になるように調整するスケールングファクターである。つまり、順位加重ポートフォリオのウェイトは各コモディティにおける特性値の順位から平均順位を引き、ロングショートでコストが 0 になるように調整して作成する。

3.3 等ウェイトポートフォリオ

コモディティ市場におけるベンチマークは全コモディティに等ウェイトで投資したポートフォリオとする。先行研究では [Sakkas and Tessaromatis \(2020\)](#) や [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) が等ウェイトポートフォリオを採用する。

等ウェイトポートフォリオをベンチマークとして使用する際に、Crude Oil 等の比較的流動性が高いコモディティと Feeder Cattle 等の比較的流動性が低いコモディティに同量投資することになる。そのため、流動性の低いコモディティが含まれることでリターンが歪められる可能性がある。しかし、[Sakkas and Tessaromatis \(2020\)](#) において S&P GSCI の採用商品と 38 種のコモディティそれぞれからなる等ウェイトポートフォリオを作成したところパフォーマンスに差は無いとしている。よって、流動性の低いコモディティを含めた際に等ウェイトポートフォリオのリターン歪むとは言えないと考え、本稿では等ウェイトポートフォリオをベンチマークポートフォリオとして採用する。

4 基本統計量

表 2 にて、使用したコモディティと全コモディティの等ウェイト平均 (EW) における月次リターンの平均、標準偏差、シャープレシオ (SR)、歪度、尖度を示す。なお、平均、標準偏差、シャープレシオは年率換算する。

表 2 より、平均リターンは金属と穀物セクターを除いて正の値となる。最も大きい銘柄は Copper の 11.88%、最も小さい銘柄は Rough Rice の -4.68% である。等ウェイト平均は 4.23% で正の値である。標準偏差については 14 から 37% の値をとる。SR については Copper の 0.48 が最も大きく、Rough Rice は -0.21 で最も小さい。等ウェイトは 0.30 である。歪度について、Gasoline と畜産の 3 銘柄が負の値であり、左に裾の長い分布である。尖度は Oats と Soybean Meal がそれ

表 2: 基本統計量

	データ数	平均	標準偏差	シャープレシオ	歪度	尖度
Crude Oil	481	9.26%	32.72%	0.28	0.20	3.85
Gasoline	210	9.72%	36.31%	0.27	-0.77	4.14
Heating Oil	441	10.92%	30.55%	0.36	0.32	1.82
Feeder Cattle	565	3.36%	14.93%	0.23	-0.23	1.45
Live Cattle	668	3.89%	15.03%	0.26	-0.08	2.95
Live Hogs	438	1.44%	23.50%	0.06	-0.22	0.57
Gold	579	-0.64%	18.44%	-0.03	0.33	3.04
Copper	406	11.88%	24.78%	0.48	0.01	2.55
Silver	579	-2.64%	31.92%	-0.08	0.61	5.25
Corn	764	-1.07%	23.40%	-0.05	1.09	5.32
Oats	517	-1.63%	30.07%	-0.05	2.47	23.03
Wheat	758	-1.49%	24.59%	-0.06	0.72	3.61
Rough Rice	368	-4.68%	22.64%	-0.21	0.09	1.19
Soybean Oil	765	6.08%	28.23%	0.22	1.14	5.59
Soybeans	765	5.66%	24.77%	0.23	1.36	9.58
Soybean Meal	763	9.78%	28.23%	0.35	1.90	15.07
Coffee	601	4.55%	34.84%	0.13	1.15	3.38
Orange Juice	672	5.36%	31.34%	0.17	1.50	7.60
Cocoa	750	3.31%	29.14%	0.11	0.56	0.96
Cotton	755	2.62%	23.60%	0.11	0.56	2.79
Lunber	426	3.24%	34.42%	0.09	1.27	5.98
Eq Weight		4.23%	14.13%	0.30	0.66	5.55

月次リターンの基本統計量を示す。データ数はリターンの取得月数である。平均、標準偏差、シャープレシオ (SR) は年率である。Eq Weight はすべてのコモディティを毎月リバランスで等ウェイトに投資したポートフォリオである。

ぞれ 23.03 と 15.07 という突出して大きな値である。

5 ファクター分析

初めに、コモディティ市場におけるファクター効果の検証を行う。コモディティ市場におけるファクター効果については多くの研究がある。ここでは先行研究にて分析されているファクターの中でもキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの4つのファクターについて、ロングショートポートフォリオを使った分析を行い、ファクター効果の有効性を確認する。また、ファクターリターン間の相関関係についての分析を行い、その後のリターン分解を行う分析の足掛かりとする。

5.1 ファクターの作成

5.1.1 キャリー

キャリーはコモディティ先物においてスポット価格と先物価格との間のスプレッドに起因するリターンである。もし先物の期間構造が変わらなければキャリー分の収益を得られる。また、コモディティ先物においては貯蔵コストとコンビニエンスイールド等との関係から先物価格がスポット価格より高くなる場合と安くなる場合の両方が存在する。先物価格がスポット価格よりも高くなる(先物価格の期間構造が右上がりになる)状態をコンタンゴと呼ぶ。一方、先物価格がスポット価格よりも安くなる(先物価格の期間構造が右下がりになる)状態をバックワーデーションと呼ぶ。コンタンゴにおいてキャリーの効果はリターンに対してマイナスになり、バックワーデーションにてプラスになる。

今回、キャリーの特性値は [Szymanowska et al. \(2014\)](#) を参考に作成する^{*5}。 $S_{j,t}^{carry}$ を時点 t におけるコモディティ j のキャリー特性値とすると、

$$S_{j,t}^{carry} = \ln \left(\frac{\text{Spot}_{j,t}}{F_{j,t}^{T_2}} \right) \quad (6)$$

となる。ここで、 $\text{Spot}_{j,t}$ はコモディティ j の時点 t におけるスポット価格である。キャリー特性値は価格スプレッドによる対数リターンである。また、キャリー特性値が大きくなるほどファクターリターンが大きくなる様にするために [Szymanowska et al. \(2014\)](#) の特性値から対数の中身を逆数にする。

キャリーファクターについてはいくつかの先行研究で有効性が示されている。[Szymanowska et al. \(2014\)](#) では、コンタンゴをロング、バックワーデーションをショートする4分位のロングショートポートフォリオにて、平均ショートロールリターンが -8.29% (t 値 -2.40) である^{*6}。[Kojien et al. \(2018\)](#) ではグローバル株式、グローバル債券、コモディティ、米国債、クレジット、オプションといった幅広いアセットクラスのキャリー効果について分析しており、コモディティに関しては順位加重ロングショートポートフォリオの年率リターンが 11.22% である。

5.1.2 モメンタム

モメンタムはトレンドを表す指標であり、過去一定期間の累積リターンである。モメンタムには同時点の複数の銘柄に対して、過去一定期間のリターンが相対的に高いものをロングして低いものをショートするクロスセクションモメンタムと、銘柄毎に過去一定期間のリターンが一定の水準以上の銘柄をロングして未満のものをショートする時系列モメンタムがある。今回は、前者のクロスセクションモメンタムを分析対象とする。

^{*5} [Szymanowska et al. \(2014\)](#) をはじめとしたいくつかの研究ではキャリーをベーススと呼んでいるが、本稿ではキャリーと統一して呼ぶことにする。

^{*6} コンタンゴをロング、バックワーデーションをショートするので本稿とはポジションが逆になる。そのため、リターンはマイナスの方が超過リターンが得られる事になる。

モメンタムの特性値は [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) を参考に作成する。過去 1 年間の累積リターンをモメンタムの特性値とする。しかし、流動性やマイクロストラクチャー、短期のリバーサル効果を排除するため直近 1 ヶ月のリターンを除外する。つまり、過去 2 から 12 ヶ月の 11 ヶ月のリターンが実際の特性値である。式で表すと、

$$S_{j,t}^{momentum} = r_{j,t-12 \rightarrow t-1} \quad (7)$$

となる。

モメンタムファクターはいくつかの先行研究にて有効性が示されている。[Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) では 8 つのグローバルな市場およびアセットクラスにおいてバリューとモメンタム効果の分析を行う。コモディティにおいて 3 分位のロングショートポートフォリオで年率平均 12.4% (t 値 3.29), 順位加重ポートフォリオで年率平均 11.5% (t 値 3.14) のリターンが得られる。また、[Sakkas and Tessaromatis \(2020\)](#) では、モメンタムについての 3 分位のロングショートポートフォリオにて年率平均 14.93% のリターンを得る。

5.1.3 モメンタムスプレッド

モメンタムスプレッドは同一の期間において、満期の異なる先物契約のリターンの差である。モメンタムスプレッドの特性値は [Boons and Prado \(2019\)](#) を参考に作成する*7。スポット価格（実際には第一限月）と第二限月の先物価格について、モメンタムファクターと同様に過去 2~12 ヶ月の 11 ヶ月のリターンをそれぞれ計算する。そして、スポットのモメンタム特性値と先物価格のモメンタム特性値の差をモメンタムスプレッドの特性値とする。式に表すと以下ようになる。

$$S_{j,t}^{momentum-spread} = r_{j,t-12 \rightarrow t-1}^{T_0} - r_{j,t-12 \rightarrow t-1}^{T_1} \quad (8)$$

ここで、 $r_{j,t-12 \rightarrow t-1}^{T_0}$ はスポット価格に基づくリターンである。

モメンタムスプレッドは [Boons and Prado \(2019\)](#) にて、上位 4 銘柄をロングして下位 4 銘柄をショートするロングショートポートフォリオで平均 18.3% (t 値 6.73) のリターンを獲得できる。また、[Sakkas and Tessaromatis \(2020\)](#) においても、3 分位のロングショートポートフォリオにて年率平均 16.36% のリターンを得る。

5.1.4 バリュー

バリューは本質的価値に対する割安度である。株式では簿価からバリュー特性値を推定するが、コモディティには簿価が存在しない。そのため、5 年前と直近のスポット価格の変化をバリュー特性値とする。

バリューの特性値は [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) を参考に作成する。5 年前のスポット価格（実際には 4.5~5.5 年前の平均スポット価格）を直近のスポット価格で割り対数を取

*7 [Boons and Prado \(2019\)](#), [Sakkas and Tessaromatis \(2020\)](#) ではモメンタムスプレッドをベーススモメンタムと呼んでいる。しかし、本稿では他のファクター等の名称との違いを分かりやすくするため、モメンタムスプレッドと呼ぶことにする。

る。つまり、5年前から直近までのスポット価格の対数リターンにマイナス -1 をかけたものである。式に表すと次のとおりである。

$$S_{j,t}^{value} = \ln \left(\frac{\frac{1}{13} \sum_{i=54}^{66} \text{Spot}_{j,t-i}}{\text{Spot}_{j,t}} \right) \quad (9)$$

簿価は5年前のスポット価格を中心として前後6か月で計13ヶ月の平均で計算する。

バリューは先行研究にて正方向の超過リターンがあるが、両側有意水準5%の t 検定では有意な結果が得られておらず、明確なファクター効果は見られない。Asness, Moskowitz and Pedersen (2013)ではモメンタムと同様に8つのグローバルな市場およびアセットクラスでバリュー効果を分析しており、コモディティにおいて3分位のロングショートポートフォリオにて年率平均6.3% (t 値1.61), 順位加重ポートフォリオにて年率平均7.3% (t 値1.92)のリターンを得る。Sakkas and Tessaromatis (2020)では、3分位のロングショートポートフォリオにて年率平均2.87%のリターンを得る。

5.2 分析結果

ここまで作成してきた4つのファクターについて、3分位と順位加重ポートフォリオを作成し、分析を行う。先行研究ではキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドにおいては両側5%において有意に正の超過リターンが得られ、バリューについては符号は正であるものの両側5%において有意な超過リターンが得られていない。

等ウェイト (Eq Weight) と3分位ポートフォリオにおけるキャリー (Carry) 式 (6), モメンタム (Momentum) 式 (??), モメンタムスプレッド (Momentum Spread) 式 (??), バリュー (Value) 式 (9) それぞれの平均, 標準偏差, シャープレシオ, t 値を表3に示す。平均, 標準偏差, シャープレシオは年率である。 t 値はNewey and West (1987)の標準偏差に基づき算出, ラグはNewey and West (1994)に基づく。また, 1972年10月を100とした際の資産額の推移を図1に示す。グラフの縦軸は対数変換を行っている。なお, 本稿の分析にてリターン等が有意であるかどうかの基準は両側有意水準5%を基準とする。

結果を確認する。表3より, 等ウェイトは平均リターン4.26%, シャープレシオ0.302, t 値1.82である。平均は正であるものの有意ではない。キャリーはP1-P3で平均リターン12.47%, t 値4.14と正に有意なリターンが得られる。モメンタムでもP1-P3で平均リターン12.06%, t 値4.11と正に有意なリターンが得られる。モメンタムスプレッドにおいてもP1-P3で平均リターン11.88%, t 値4.73と正に有意なリターンが得られ, シャープレシオが0.684と5つのポートフォリオの中で最も高い。最後にバリューに関しては, P1-P3で平均リターン4.25%, t 値1.36と正であるものの有意ではない。シャープレシオにおいても0.196と, 等ウェイトよりも小さい。また, P2, P3の平均リターンがそれぞれ1.47%, 2.90%とP3の方が平均リターンが高く, 単調に減少していない事が分かる。図1を見てみるとキャリー, モメンタム, モメンタムスプレッドは分析開始以降上昇する。しかし, キャリーとモメンタムは2010年頃から少しパフォーマンスが落ちてきているように見える。バリューについては等ウェイトを下回る期間が多く, 分析期間全体を通じて

表 3: 3 分位ポートフォリオリターン

	Eq Weight	Carry				Momentum			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	4.26%	10.26%	4.72%	-2.21%	12.47%	10.64%	4.63%	-1.42%	12.06%
標準偏差	14.14%	19.65%	16.47%	16.00%	19.37%	20.11%	15.86%	18.18%	20.07%
シャープレシオ	0.302	0.522	0.287	-0.138	0.644	0.529	0.292	-0.078	0.601
t 値	1.82	3.04	1.82	-0.98	4.14	3.16	1.73	-0.56	4.11

	Momentum Spread				Value			
	P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	12.11%	1.65%	0.23%	11.88%	7.15%	1.47%	2.90%	4.25%
標準偏差	17.80%	17.30%	16.66%	17.37%	17.10%	17.21%	20.85%	21.64%
シャープレシオ	0.681	0.095	0.014	0.684	0.418	0.085	0.139	0.196
t 値	4.57	0.57	0.09	4.73	2.87	0.54	0.84	1.36

等ウェイトと 4 つのファクターそれぞれの 3 分位ポートフォリオにおける結果を示す。P1-P3 は P1 のリターンと P3 のリターンの差をとったロングショートポートフォリオである。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

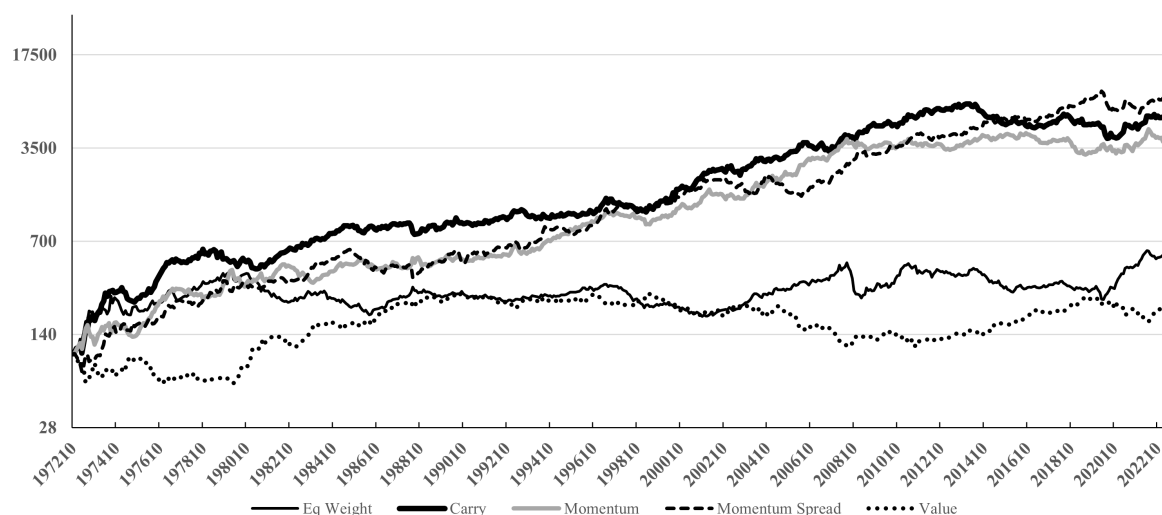


図 1: 3 分位ポートフォリオの資産の推移

1972 年 10 月末を 100 とした、等ウェイトと各ファクター P1-P3 のロングショートポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

表 4: 順位加重ポートフォリオリターン

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	4.26%	11.71%	11.23%	10.00%	3.37%
標準偏差	14.14%	17.66%	19.50%	17.51%	20.99%
シャープレシオ	0.302	0.663	0.576	0.571	0.161
t 値	1.82	4.28	3.89	3.91	1.13

等ウェイトと4つのファクターそれぞれの順位加重ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する Newey and West (1987) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

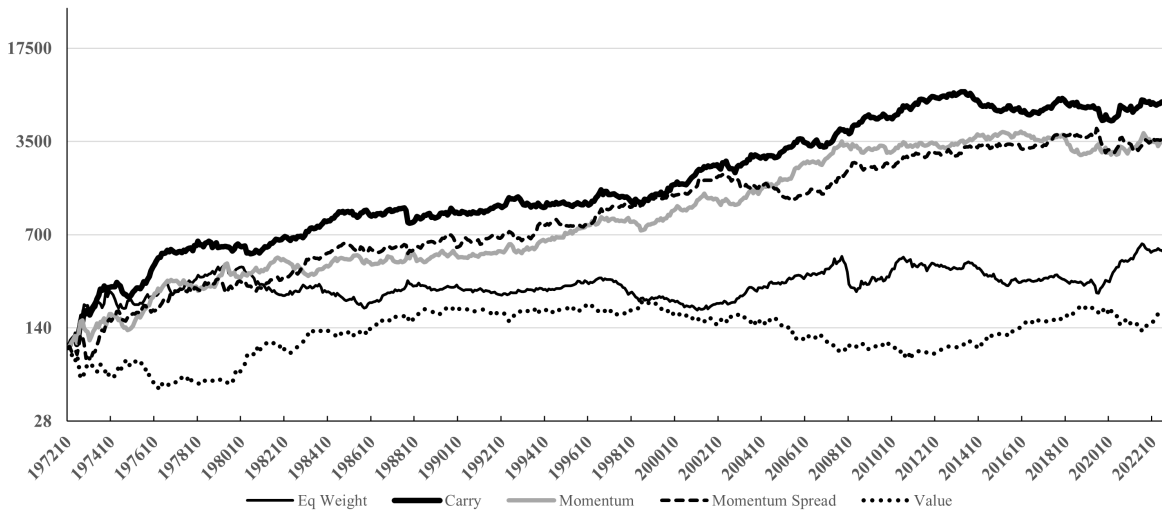


図 2: 順位加重ポートフォリオの資産の推移

1972年10月末を100とした、等ウェイトと各ファクターの順位加重ポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

良いパフォーマンスが得られていない。

続いて順位加重ポートフォリオの結果について表4と図2に示す。表4より、すべてのファクターについて3分位ポートフォリオよりも少し平均リターンが小さいが、似たような結果である。キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドでは平均リターンが有意に正である。一方、バリューは平均リターンが正であるが、有意ではない。また、シャープレシオに関しては3分位ポートフォリオと異なり、キャリーが0.663で最も大きい値である。

分析結果についてまとめると、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドについては有意に正の平均リターンが得られるが、バリューについては正の平均リターンであるが有意ではない。この結果は先行研究と同様の結果であり、本稿のデータにおいてもコモディティ市場におけるファクター効果の有効性が示される。また、追加の分析としてファクター効果が個別のコモディティの要

因によるものか、コモディティのセクターによるものか明らかにするためにセクターニュートラルにした分析を付録 A.1 にて行う。

5.3 ファクターリターン間の関係

第 5.2 節の分析からはコモディティ市場においてバリューファクターの効果は存在しないと考えられる。しかし Markwat, Quist and Zomerdijk (2020) によると、バリューファクターのパフォーマンスの低さはキャリーファクターとモメンタムファクターへの負のエクスポージャーが原因であるとしている。そのため、ファクターとセクターそれぞれに対してニュートラルにすることでバリューファクターが経済的、統計的に有意なパフォーマンスを得ることが出来ると述べている。また、Sakkas and Tessaromatis (2020) では等ウェイトのコモディティポートフォリオのクロスセクション変動を定数、平均、モメンタム、モメンタムスプレッド、ヘッジプレッシャー、バリューの 6 つのファクターで説明する。これらの結果から、バリューファクターは他の 3 つのファクターと異なる (恐らく逆) 方向の要因を捉えており、バリューファクターの効果はキャリーファクター等への負のエクスポージャーによって小さくなっていると考えられる。そのため、ファクター間の相関と主成分分析を行い、それぞれのファクターの特徴や他ファクターとの関係性について明らかにする。

順位加重ポートフォリオのファクター間の相関を表 5 に示す。バリューファクターと他ファクターとの相関はキャリーで -0.35 、モメンタムで -0.56 、モメンタムスプレッドで -0.06 となる。予想通りキャリー、モメンタムとバリューの間にはそれぞれ負の相関があることが分かる。さらに、モメンタムの方がバリューとの負の相関が強い。また、モメンタムスプレッドとの相関は -0.06 であり、負の相関ではあるもののほぼ無相関である。キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド間については $0.21 \sim 0.39$ で緩やかであるが正の相関がある。続いて、4 つファクターに対して主成分分析を行う。相関関係から、キャリー、モメンタムとバリューが反対方向になる成分が存在すると予想される。

キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの 4 ファクターの順位加重ポート

表 5: ファクター間の相関

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
Eq Weight	1.00	0.16	0.14	0.05	-0.22
Carry	0.16	1.00	0.39	0.38	-0.35
Momentum	0.14	0.39	1.00	0.21	-0.56
Momentum Spread	0.05	0.38	0.21	1.00	-0.06
Value	-0.22	-0.35	-0.56	-0.06	1.00

順位加重ポートフォリオのリターン間の相関を示す。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

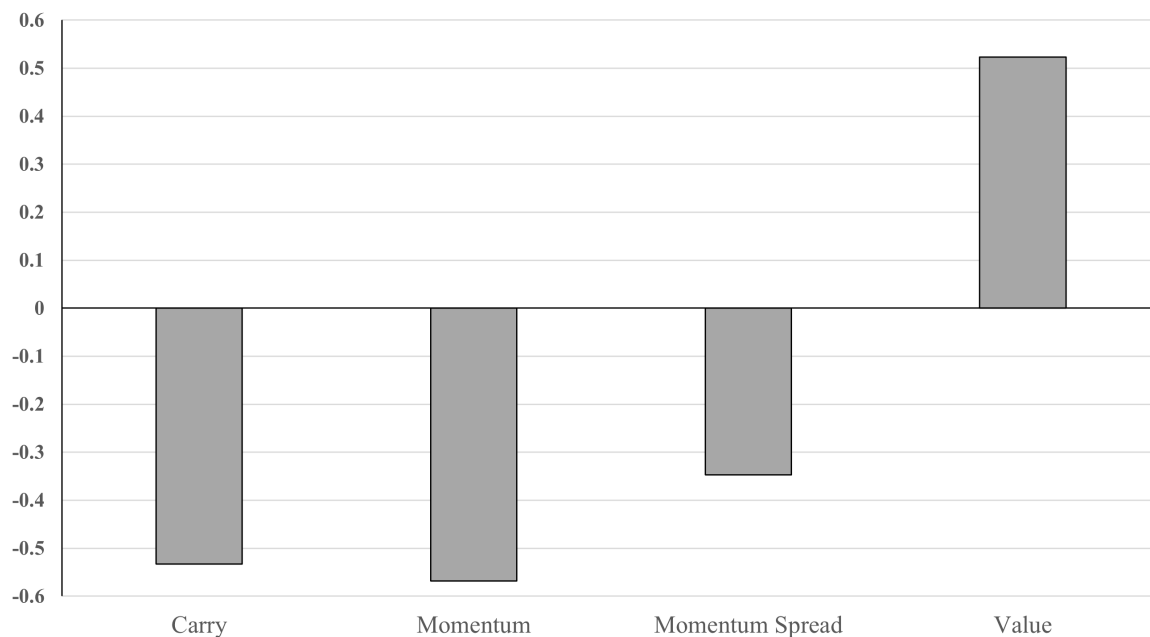


図 3: 各ファクターの第一主成分

キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの4ファクターの順位加重ポートフォリオのリターンに対して行った主成分分析における第一主成分を示す。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

フォリオのリターンに対して行った主成分分析の第一主成分を図3に示す。第一主成分の寄与率は50.33%である。予想通り、キャリー、モメンタムについてはそれぞれ -0.53 、 -0.57 と負の値、バリューは 0.52 と正の値である。また、モメンタムスプレッドは -0.35 と負の値ではあるが、絶対値は小さくなっており、相関から推測される結果と一致する。

以上の結果から、キャリー、モメンタムとバリューの間には負の相関があるといえる。そしてモメンタムスプレッドとバリューの間にも負の相関があるものの、キャリーやモメンタムとの関係よりは弱いことが判明する。またキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド間は緩やかな正の相関が存在する。Markwat, Quist and Zomerdijk (2020) ではこのキャリー、モメンタムとバリューの間の負の相関によって、バリューファクターの効果が小さくなっているとしている。そのため、次節では先物リターンの分解を行いファクター効果がリターンのどの部分を通してリターン現れるのかを詳しく分析し、ファクター個々の特徴とファクター間の関係についてより詳細に明らかにする。

6 リターン分解分析

第5節ではキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの4つのファクターの効果と、ファクターリターン間の相関の分析を行った。本節ではコモディティ先物リターンをキャピタルゲインとイールドの2つに分け、各ファクターがキャピタルゲインとイールドのどちらの経路か

ら先物リターンにおけるファクター効果をもたらしているのか明らかにする。また、キャリー、 momentum とバリューそれぞれの負の相関関係といったファクター間の関係性についても考察する。

6.1 リターン分解の作成

ここでは、先物リターンをキャピタルゲインとイールドの 2 つに分解する方法について説明する。先物リターンの分解は Han (2023) を参考にし、それを簡略化した方法で先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解する*8。Han (2023) の方法をそのまま使用しなかった理由としては、先物リターンを直接分解するのではなく、スポットリターン*9をキャピタルゲインとイールドに分解する方法を行っているからである。Han (2023) では先物リターンとスポットリターンは近似出来るとしているが、先物リターンを分解するという観点からは解釈が難しくなってしまうため、先物リターンを 2 つに直接分解する方法を用いることで解釈を容易にする。

まず、先物リターンは次のようにキャピタルゲイン (cg) とイールド y に分解することが出来る。

$$r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} = cg_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} \quad (10)$$

ここで、 $r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2}$ はコモディティ j で第 n 限月の先物の期間 $t \rightarrow t+1$ の先物リターンである。

リターン分解の方法はまずイールドを次のように計算する。

$$y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} = \frac{\text{Spot}_{j,t} - F_{j,t}^{T_2}}{F_{j,t}^{T_2}} \quad (11)$$

そして、その後キャピタルゲインを次のように計算する。

$$cg_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} = r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_2} \quad (12)$$

式 (11) より、イールドはスポット価格が動かない際に先物をロング (ショート) することで得られるリターンであり、実質的にキャリーと同じである*10。キャリーファクターの作成では対数リターンで作成したが、ここでは先物リターンが対数リターンで作成されていないので、一貫性を保つために式 (11) の方法で作成する。式 (12) より、キャピタルゲインは先物リターンにおいて、先物価格の変動うちイールドで説明できない部分であり、スポット価格のリターンである。

表 6 にキャピタルゲイン、イールドそれぞれの平均、標準偏差、イールドとキャリー間の相関を示す。平均は平均的に期間構造がコンタンゴであることを反映して、イールドはほとんどのコモディティにおいて負の値である。一方、キャピタルゲインはすべてのコモディティで正の値である。標準偏差について、コモディティ毎に差はあるものの、イールドよりキャピタルゲインの方が大きい値である。キャピタルゲインとイールド間の相関についてはほとんどのコモディティについて強くはないが、負の相関関係がある。

*8 Han (2023) におけるリターン分解の作成方法については付録 A.2 にて説明する。

*9 ここで述べているスポットリターンは Han (2023) のスポットリターンであり、本論文のスポットリターンとは意味合いが異なる事に注意する。

*10 キャリーとイールドは実質的に同じではあるが、本論文ではファクターとリターンの一部というそれぞれの意味合いを区別するために、ファクターではキャリー、リターン分解ではイールドと使い分ける。

表 6: 基本統計量 (リターン分解)

	イールド			キャピタルゲイン			相関
	平均	標準偏差	SR	平均	標準偏差	SR	
Crude Oil	0.13%	7.25%	0.02	8.89%	33.37%	0.27	0.19
Gasoline	1.06%	12.83%	0.08	7.98%	41.13%	0.19	-0.26
Heating Oil	0.43%	7.51%	0.06	10.15%	32.63%	0.31	-0.13
Feeder Cattle	-1.97%	6.67%	-0.30	4.93%	15.97%	0.31	-0.22
Live Cattle	-3.53%	12.98%	-0.27	5.88%	20.51%	0.29	-0.40
Live Hogs	-20.60%	28.26%	-0.73	17.66%	36.56%	0.48	-0.35
Gold	-7.43%	1.67%	-4.44	6.75%	18.5%	0.36	-0.04
Copper	2.63%	5.26%	0.50	9.12%	24.46%	0.37	0.09
Silver	-13.09%	3.78%	-3.46	10.31%	31.65%	0.33	0.07
Corn	-18.70%	12.58%	-1.49	17.67%	28.71%	0.62	-0.25
Oats	-15.98%	17.35%	-0.92	12.68%	34.03%	0.37	-0.24
Wheat	-19.32%	11.62%	-1.66	17.10%	28.74%	0.59	-0.20
Rough Rice	-20.35%	13.75%	-1.48	14.56%	27.91%	0.52	-0.29
Soybean Oil	-1.95%	8.24%	-0.24	7.32%	30.13%	0.24	-0.03
Soybeans	-3.74%	7.81%	-0.48	8.81%	28.09%	0.31	-0.14
Soybean Meal	2.21%	10.17%	0.22	6.30%	31.62%	0.20	0.01
Coffee	-7.79%	13.33%	-0.58	11.46%	36.47%	0.31	-0.18
Orange Juice	-7.19%	10.09%	-0.71	10.35%	31.80%	0.33	-0.11
Cocoa	-2.70%	11.75%	-0.23	7.05%	31.09%	0.23	-0.13
Cotton	-4.45%	19.15%	-0.23	5.56%	35.96%	0.15	-0.33
Lunber	-14.42%	17.66%	-0.82	15.78%	36.93%	0.43	0.01
Eq Weight	-6.93%	4.22%	-1.64	10.24%	14.47%	0.71	-0.12

先物リターンをイールドキャピタルゲインに分解し、それぞれの平均、標準偏差、SR(シャープレシオ)を示す。平均、標準偏差、SR(シャープレシオ)は年率である。相関はイールドとキャピタルゲイン間のものである。Eq Weight はすべてのコモディティを等ウェイトに投資したポートフォリオである。

6.2 リターン分解の分析結果

キャピタルゲインとイールドに分解したリターンそれぞれについて、第 5 節の 4 つのファクターを使用し、3 分位と順位加重ポートフォリオをそれぞれ作成して分析を行う。

先行研究では、ファクターのリターン分解に焦点を当てた研究はないが、Markwat, Quist and Zomerdijk (2020) はバリューファクターがキャリーファクターとモメンタムファクターへの負のエクスポージャーであると主張する。また、バリューファクターがキャピタルゲインに対して強力な予測力があるが、キャリーとモメンタムへの負のエクスポージャーで中和されてしまっていると述べる。Han (2023) はモメンタムファクターについて、平均キャピタルゲインは負の値であり保有期間が長いほど小さくなると主張する。これらの先行研究からバリューファクターはイールドが

表 7: 3 分位ポートフォリオリターン

(a) キャピタルゲイン

	Eq Weight	Carry				Momentum			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	10.28%	-23.90%	14.16%	39.84%	-63.74%	1.20%	10.65%	19.50%	-18.29%
標準偏差	14.47%	21.22%	16.30%	16.43%	20.76%	20.89%	16.89%	18.60%	21.41%
シャープレシオ	0.711	-1.126	0.869	2.424	-3.070	0.058	0.631	1.048	-0.854
<i>t</i> 値	4.40	-6.46	5.83	17.23	-19.59	0.34	4.00	7.38	-5.19
		Momentum Spread				Value			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		4.41%	11.63%	14.87%	-10.45%	21.41%	9.41%	-1.35%	22.77%
標準偏差		19.48%	17.62%	17.43%	20.12%	19.31%	17.35%	21.10%	23.96%
シャープレシオ		0.227	0.660	0.853	-0.519	1.109	0.543	-0.064	0.950
<i>t</i> 値		1.42	4.07	5.50	-3.17	7.22	3.44	-0.41	6.57

(b) イールド

	Eq Weight	Carry				Momentum			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	-6.02%	34.18%	-9.56%	-42.00%	76.19%	9.35%	-5.92%	-20.93%	30.28%
標準偏差	4.43%	9.28%	2.82%	4.44%	9.03%	7.58%	6.82%	5.35%	8.85%
シャープレシオ	-1.357	3.684	-3.383	-9.450	8.440	1.233	-0.869	-3.915	3.421
<i>t</i> 値	-4.94	14.32	-11.88	-35.26	34.66	4.82	-3.71	-15.28	13.70
		Momentum Spread				Value			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		7.68%	-10.00%	-14.64%	22.31%	-14.26%	-7.94%	4.25%	-18.52%
標準偏差		9.17%	4.29%	6.09%	10.09%	8.35%	5.88%	6.57%	10.05%
シャープレシオ		0.837	-2.328	-2.405	2.212	-1.709	-1.351	0.648	-1.842
<i>t</i> 値		3.35	-9.00	-9.86	9.51	-7.19	-5.39	2.42	-7.72

等ウェイトと 4 つのファクターそれぞれの 3 分位ポートフォリオにおける結果を示す。P1-P3 は P1 のリターンと P3 のリターンの差をとったロングショートポートフォリオである。平均、標準偏差、シャープレシオは年率である。t 値は平均に関する Newey and West (1987) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

負の値、モメンタムファクターはキャピタルゲインが負の値であることが予想される。しかしながら、イールドの焦点を当てた際のキャリー、モメンタムファクターとバリューファクターそれぞれの関係性等は明らかにされていない。そのため、4 つのファクターに対して包括的にリターン分解を行うことでこれらの疑問を明らかにする。

表 7a と表 8a にキャピタルゲインにおけるそれぞれ 3 分位と順位加重ポートフォリオの分析結果を示し、表 7b と表 8b にイールドにおける、3 分位と順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。

キャピタルゲインについては等ウェイトポートフォリオにて平均 10.28%、標準偏差 14.47%、*t*

表 8: 順位加重ポートフォリオリターン

(a) キャピタルゲイン

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	10.28%	-66.56%	-19.76%	-10.52%	21.97%
標準偏差	14.47%	19.75%	20.65%	19.24%	23.14%
シャープレシオ	0.711	-3.370	-0.957	-0.547	0.950
t 値	4.40	-20.72	-5.86	-3.41	6.75

(b) イールド

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	-6.02%	78.27%	30.99%	22.51%	-18.60%
標準偏差	4.43%	9.51%	8.17%	10.17%	9.97%
シャープレシオ	-1.357	8.234	3.791	2.214	-1.865
t 値	-4.94	35.87	14.90	9.60	-7.87

等ウェイトと4つのファクターそれぞれの順位加重ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

値は4.40である。P1-P3の t 値についてはキャリー-19.59%、モメンタム-5.19%、モメンタムスプレッド-3.17%、バリュー6.57%である。順位加重ポートフォリオでも同様の傾向であり、 t 値についてバリューは正に有意で、キャリー、モメンタムとモメンタムスプレッドは負に有意である。キャピタルゲインの傾向としては等ウェイトとバリューファクターポートフォリオは正に有意なりターンであり、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドファクターポートフォリオは負に有意なりターンである。先行研究より、モメンタムのキャピタルゲインにおけるリターンが負であり、バリューは正であることは予想できたが、キャリーとモメンタムスプレッドにてキャピタルゲインにおけるリターンが負である事は新たな発見である。

イールドについては等ウェイトポートフォリオにて平均-6.02%、標準偏差4.43%、 t 値は-4.94である。P1-P3の t 値について見ていくとキャリー34.66、モメンタム13.70、モメンタムスプレッド9.51、バリュー-7.72である。順位加重ポートフォリオでもこの傾向は同様であり、 t 値についてバリューは負に有意であり、キャリー、モメンタムとモメンタムスプレッドは正に有意である。イールドの傾向としては等ウェイトとバリューファクターポートフォリオが負に有意なりターンであり、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドは正に有意なりターンとなる。キャリーが正に有意であることはイールドの作成方法からほぼ自明であり、バリューが負に有意であることは [Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) にて示唆されている。しかし、モメンタムとモメンタムスプレッドが正に有意であることが新たに分かる。

キャピタルゲインとイールドを比較した際に興味深い点として、キャリーファクターの平均リ

ターンと標準偏差の絶対値が他の3ファクターと比べて突出して大きい点がある。また、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッド間の t 値の絶対値は大きい順にキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドである点も興味深い。

以上の結果から、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドはキャピタルゲインでは負のリターン、イールドでは正のリターンとなる。一方バリューはキャピタルゲインでは正のリターン、イールドでは負のリターンとなる。この結果は表5におけるバリューファクターと他3ファクターとの負の相関や図3の第一主成分の方向の結果と一致する。よって、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドファクターとバリューファクター間それぞれの負の相関はイールドとキャピタルゲインそれぞれの経路を通じて一方に正のリターン、他方に負のリターンとして現れる。そして、正のリターンが負のリターンを上回る事によって、ファクター効果が生まれることが分かる。また、今回の分析にてキャピタルゲインとイールドの一方に正の影響を及ぼし、他方に負の影響を与えることが判明したが、これがイールドとキャピタルゲインの間の負の相関によるものとは言い難い。なぜなら表6より、等ウェイトポートフォリオのキャピタルゲインとイールドの相関は -0.12 と負ではあるが強いとは言えない。また、キャピタルゲインとイールドの平均リターンの振れ幅が最も大きいファクターはキャリアであるにもかかわらず、表5よりバリューとの相関が最も小さいのはモメンタムである。

リターン分解を行うことでファクター間の相関関係がそれぞれキャピタルゲインとイールドのリターンとして現れることが判明した。特に、バリューにおいてイールドがマイナスであるだけでなく、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドについてもキャピタルゲインがマイナスとなる事は新たな発見である。次節では、これらのファクターを組み合わせた複合ファクターを作成する。また、イールドが正であるキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドにて有意な超過リターンが得られ、キャピタルゲインが正であるバリューにて有意な超過リターンが得られていない結果はイールド、キャピタルゲインそれぞれの自己相関によると考えることが出来る。この仮説を検証するためにキャリアモメンタムファクターを作成して分析を行う。詳しくは付録A.3にて説明する。

7 複合ファクターポートフォリオ

ここまでキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの4つのファクターについて分析を行った。本節ではこれら4つのファクターを組み合わせた複合ファクターを作成し、ポートフォリオのパフォーマンスが向上するのかどうか分析する。特に、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドファクターとバリューファクターの間には負の相関があるため、バリューと組み合わせる場合と他のファクターと組み合わせる場合に、前者の方がパフォーマンスが向上するののかも注目したい。

表 9: 複合ファクター 1 (3 分位ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry + Momentum	Carry + MomentumSpread	Carry + Value	Momentum + MomentumSpread	Momentum + Value	MomentumSpread + Value	All
平均	4.26%	12.27%	12.18%	8.36%	11.97%	8.16%	8.06%	10.17%
標準偏差	14.14%	16.20%	14.90%	11.73%	14.06%	10.03%	13.74%	9.15%
シャープレシオ	0.302	0.757	0.817	0.713	0.852	0.813	0.587	1.111
t 値	1.82	4.93	5.34	4.90	5.71	5.69	4.01	7.24

等ウェイトと 7 つの複合ファクターそれぞれの 3 分位ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

7.1 複合ファクターの作成

複合ファクターは 2 通りの方法で作成する。1 つ目は [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) を参考に各ファクターポートフォリオリターンを等加重平均したポートフォリオである。2 つ目は [Fuentes, Miffre and Fernandez-Perez \(2015\)](#) を参考に各特微量でソートした際に順位を付けて各コモディティ毎にその順位を合計して新たな複合ファクターとしての特性値を作成し、それを使って作成したポートフォリオである。

まず、1 つ目の [Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) を参考にした複合ファクターポートフォリオ (複合ファクター 1) の作成方法を説明する。期間 $t \rightarrow t+1$ における、各ファクター i のリターンを $r_{t \rightarrow t+1}^i$ とすると、複合ファクターリターン $r_{t \rightarrow t+1}^j$ は

$$r_{t \rightarrow t+1}^j = \sum_i \frac{r_{t \rightarrow t+1}^i}{N} \quad (13)$$

と作成される。ここで、 N は組み合わせたファクターの数である。

続いて、2 つ目の [Fuentes, Miffre and Fernandez-Perez \(2015\)](#) を参考にした複合ファクターポートフォリオ (複合ファクター 2) の作成方法を説明する。あるファクター i における時刻 t でコモディティ $j = 1, 2, \dots, N$ の特性値を $S_{j,t}^i$ とする。この特性値に基づいて降順にソートした際の上位からの順位を $\text{rank}(S_{j,t})$ とする。すると複合ファクターの特性値 Composite_t^j は

$$\text{Composite}_t^j = \sum_i c_t \times \text{rank}(S_{j,t}) \quad (14)$$

となる。ここで、 $c_t = -\frac{1}{N_t}$ であり、各ファクターにおける順位を 0~1 に修正して順位が小さいほど特性値が大きくなる様にするスケーリングファクターである。また、 N は時点 t における順位の総和である。

表 10: 複合ファクター 1 (順位加重ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry + Momentum	Carry + Momentum Spread	Carry + Value	Momentum + Momentum Spread	Momentum + Value	Momentum Spread + Value	All
平均	4.26%	11.47%	10.86%	7.54%	10.62%	7.30%	6.69%	9.08%
標準偏差	14.14%	15.65%	14.59%	11.07%	14.04%	9.48%	13.24%	8.98%
シャープレシオ	0.302	0.733	0.744	0.681	0.756	0.770	0.505	1.011
t 値	1.82	4.78	4.88	4.90	4.99	5.45	3.56	6.74

等ウェイトと 7つの複合ファクターそれぞれの順位加重ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。t 値は平均に関する Newey and West (1987) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

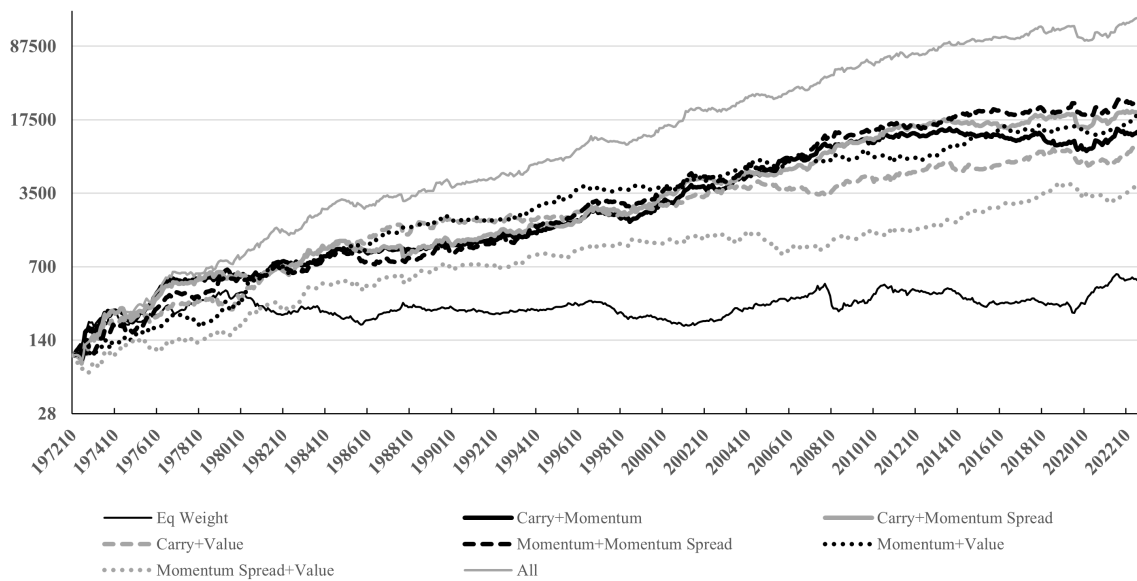


図 4: 3 分位ポートフォリオ (複合ファクター 1) の資産の推移

1972 年 10 月末を 100 とした、等ウェイトと各ファクター P1-P3 のロングショートポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

7.2 複合ファクターの分析結果

複合ファクターの分析結果を示す。組み合わせたファクターの数は 2 個と All (4 個) で行う。表 9 に複合ファクター 1 の 3 分位ポートフォリオの分析結果、表 10 に順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。単一のファクターリターンである表 3、表 4 と比べてほとんどのファクターについてシャープレシオは改善する。3 分位ポートフォリオのキャリーについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムスプレッドとの組み合わせで 0.817 である。続いてモメンタム、バリューと続く。モメンタムについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムスプレッド

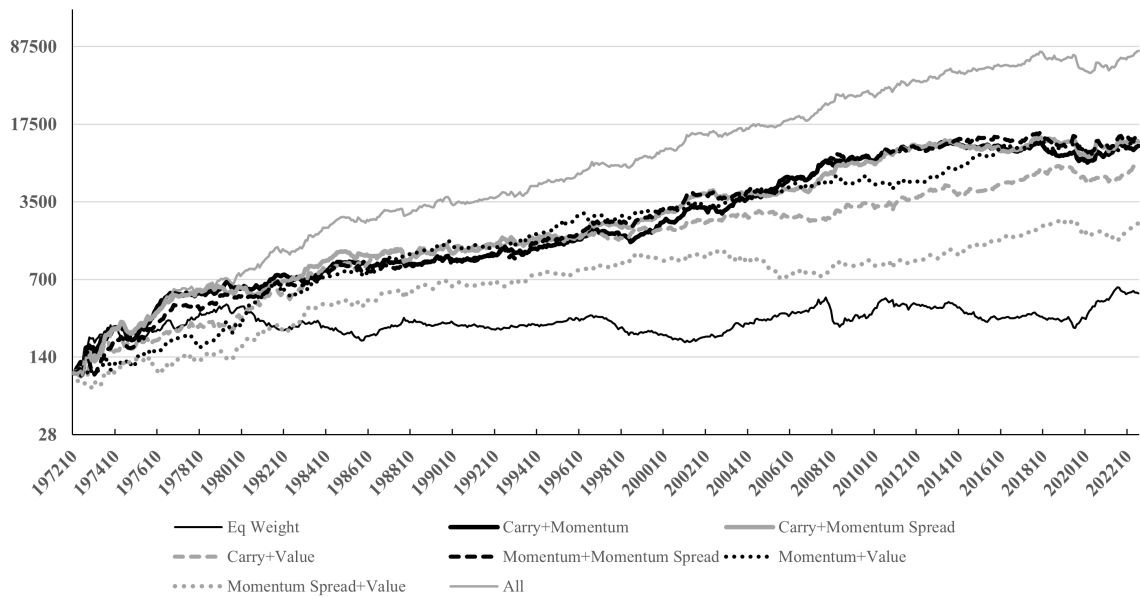


図 5: 順位加重ポートフォリオ (複合ファクター 1) の資産の推移

1972 年 10 月末を 100 とした、等ウェイトと各ファクターの順位加重ポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

レッドとの組み合わせで 0.852 である。続いてバリュー，キャリーと続く。モメンタムスプレッドについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムとの組み合わせで 0.852 である。続いてキャリー，バリューと続き，バリューとの組み合わせではシャープレシオが悪化する。バリューについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムとの組み合わせで 0.813 である。続いてキャリー，モメンタムスプレッドと続く。2つのファクターの組み合わせで最もシャープレシオが高い組み合わせはモメンタムとモメンタムスプレッドである。一方、一番小さい組み合わせはキャリーとバリューの組み合わせである。4つの組み合わせた All は分散効果から自明ではあるが、シャープレシオ 1.111 と大幅にパフォーマンスが向上する。順位加重ポートフォリオでも 3 分位ポートフォリオと同じような結果だが、一番シャープレシオが高い組み合わせはモメンタム+バリューの 0.770 である。一番シャープレシオが小さい組み合わせはモメンタムスプレッドとバリューの 0.505 である。また、All についてもシャープレシオが 1.011 とパフォーマンスは良い。図 4 と図 5 には複合ファクター 1 における 3 分位ポートフォリオと順位加重ポートフォリオの資産推移を示す。図 1, 図 2 では 2010 年頃からキャリー，モメンタムファクターの効果がなくなっていたが、バリューと組み合わせることで、2010 年以降も資産の増加が継続するように変化する。

表 11 に複合ファクター 2 の 3 分位ポートフォリオの分析結果、表 12 に順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。複合ファクター 2 は複合ファクター 1 と似たような結果である。個別に見ていくと、3 分位ポートフォリオのキャリーについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせは

表 11: 複合ファクター 2(3 分位ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry+Momentum				Carry+Momentum Spread			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	4.26%	9.02%	3.38%	-2.44%	11.46%	11.30%	5.24%	-1.58%	12.87%
標準偏差	14.14%	20.61%	15.88%	18.53%	20.38%	18.68%	17.12%	17.74%	18.87%
シャープレシオ	0.302	0.438	0.213	-0.132	0.562	0.605	0.306	-0.089	0.682
<i>t</i> 値	1.82	2.64	1.33	-0.87	3.57	4.11	1.82	-0.62	4.80
		Carry+Value				Momentum+Momentum Spread			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		8.72%	5.66%	-3.16%	11.88%	12.56%	3.99%	-3.36%	15.92%
標準偏差		17.35%	18.49%	20.21%	20.53%	19.20%	17.42%	17.19%	19.59%
シャープレシオ		0.503	0.306	-0.157	0.579	0.654	0.229	-0.195	0.812
<i>t</i> 値		3.33	2.04	-1.02	4.31	4.22	1.50	-1.28	5.77
		Momentum+Value				Momentum Spread+Value			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		9.96%	3.81%	-1.57%	11.53%	10.26%	3.05%	-0.28%	10.54%
標準偏差		16.92%	19.85%	19.61%	19.58%	16.89%	19.03%	19.97%	20.82%
シャープレシオ		0.589	0.192	-0.080	0.589	0.607	0.161	-0.014	0.506
<i>t</i> 値		3.87	1.30	-0.50	4.06	4.11	1.05	-0.09	3.42
		All							
		P1	P2	P3	P1-P3				
平均		13.17%	3.89%	-5.43%	18.60%				
標準偏差		18.55%	16.61%	18.69%	19.27%				
シャープレシオ		0.710	0.234	-0.291	0.965				
<i>t</i> 値		4.42	1.59	-1.98	7.05				

等ウェイトと 7つの複合ファクターそれぞれの 3 分位ポートフォリオにおける結果を示す。P1-P3 は P1 のリターンと P3 のリターンの差をとったロングショートポートフォリオである。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。*t* 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

モメンタムスプレッドとの組み合わせで 0.682 である。続いてバリュー、モメンタムと続く。モメンタムについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムスプレッドとの組み合わせで 0.812 である。続いてバリュー、キャリーと続く。モメンタムスプレッドについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムとの組み合わせで 0.812 である。続いてキャリー、バリューと続く。バリューについて、最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムとの組み合わせで 0.589 である。続いてキャリー、モメンタムスプレッドと続く。最もシャープレシオが大きい組み合わせはモメンタムとモメンタムスプレッドの組み合わせで 0.812 である。4つの組み合わせた All はシャープレシオが 0.965 となる。全体的に複合ファクター 1 よりもシャープレシオは小さくなる傾向がある。順位加重ポートフォリオでも 3 分位ポートフォリオと同じような結果であるが、一番シャープレシオが高い組み合わせはキャリーとモメンタムスプレッドの 0.811 である。

表 12: 複合ファクター 2(順位加重ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry + Momentum	Carry + Momentum Spread	Carry + Value	Momentum + Momentum Spread	Momentum + Value	Momentum Spread + Value	All
平均	4.26%	11.65%	14.38%	11.56%	13.99%	11.88%	10.20%	18.22%
標準偏差	14.14%	19.37%	17.73%	19.45%	18.55%	18.57%	19.95%	19.03%
シャープレシオ	0.302	0.601	0.811	0.595	0.754	0.640	0.512	0.958
t 値	1.82	3.87	5.56	4.45	5.22	4.38	3.48	6.67

等ウェイトと7つの複合ファクターそれぞれの順位加重ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオは年率である。t 値は平均に関する Newey and West (1987) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

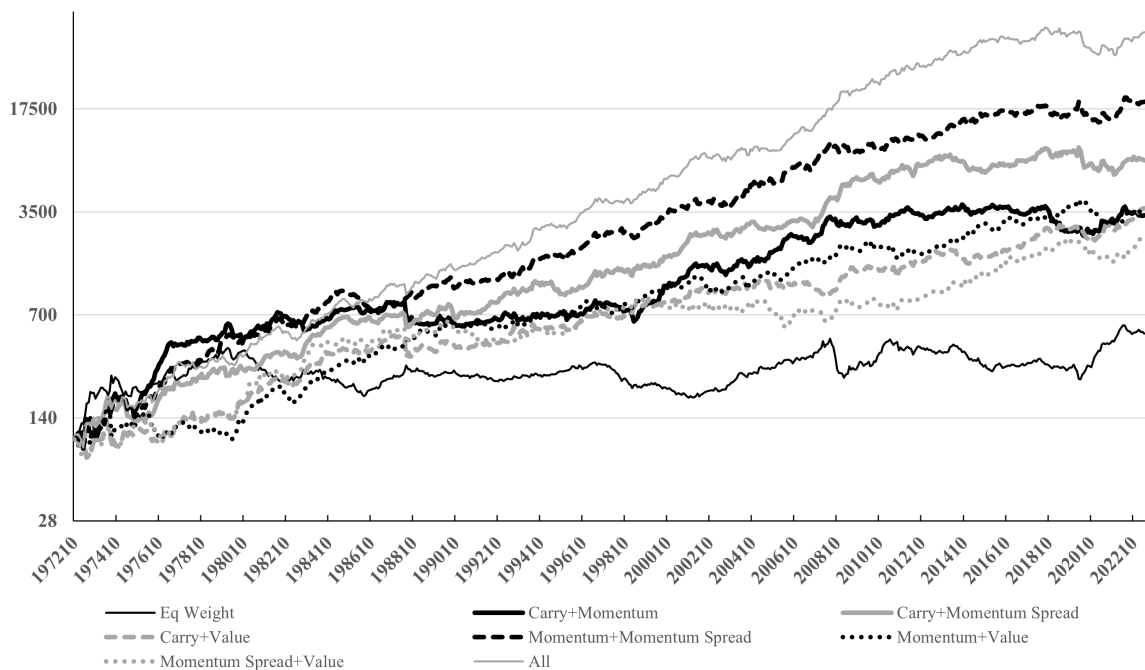


図 6: 3 分位ポートフォリオ (複合ファクター 2) の資産の推移

1972年10月末を100とした、等ウェイトと各ファクター P1-P3 のロングショートポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

一番シャープレシオが小さい組み合わせはモメンタムスプレッドとバリューの0.512である。また、Allについてはシャープレシオが0.958となる。資産の推移を示した図6と7を見ると複合ファクター1と異なり、資産の推移がばらけている。また、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド間のそれぞれの組み合わせでは2010年頃からパフォーマンス下がっているのに対して、バリューを組み合わせることで2010年以降も上昇基調になっている変化は複合ファクター1と同様に見られる。

4つのファクターに対して2つの方法で複合ファクターを作成し分析を行った。複合ファクター

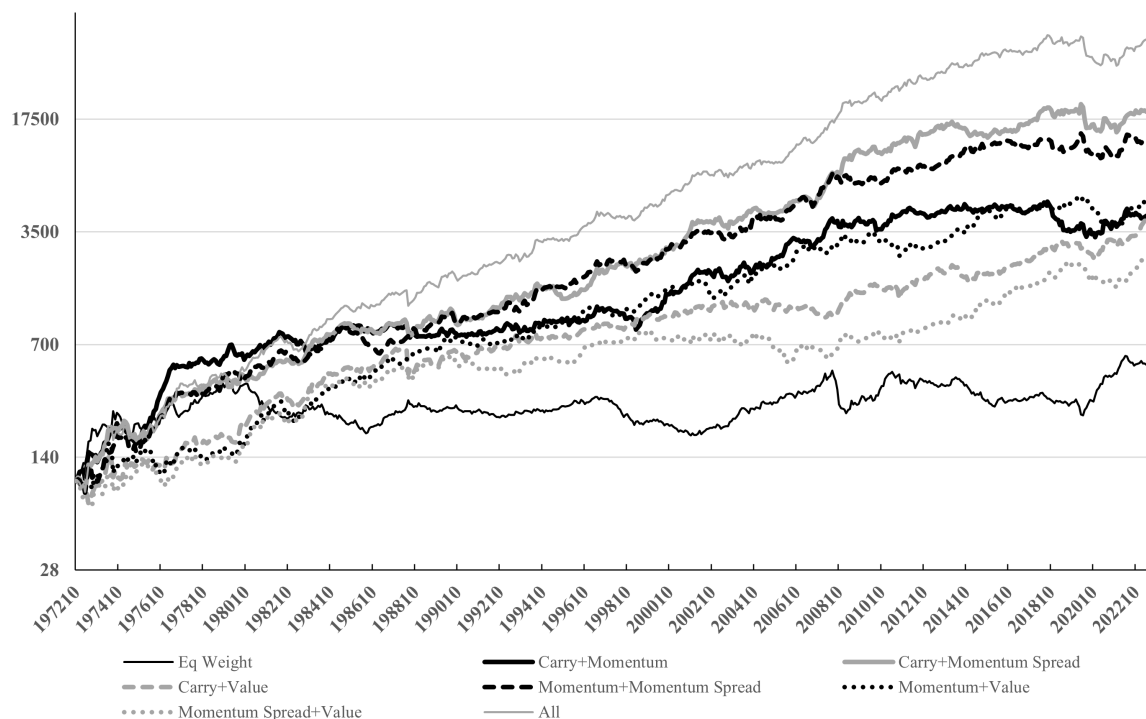


図 7: 順位加重ポートフォリオ (複合ファクター 2) の資産の推移

1972年10月末を100とした、等ウェイトと各ファクターの順位加重ポートフォリオにおける資産の推移を示す。縦軸は対数変換を行っている。すべてのファクターの標準偏差は等ウェイトポートフォリオの分析期間における標準偏差に合わせている。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1972年11月から2023年4月まで。

を作成することで基本的にパフォーマンスは向上する事が判明する。しかし、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドファクターとバリューファクターの組み合わせによるパフォーマンスの向上については明確な効果は見られない。さらに、キャリーやモメンタムスプレッドとの組み合わせではバリュー以外のファクターとの組み合わせの方がパフォーマンスが良い。事前の予想と異なる結果となった理由としては、そもそもバリュー単体で有意な正のリターンが得られていないため、分散効果以上にリターンが低下してしまったことが挙げられる。また、表 5 から分かるように、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド間の相関は0.21から0.39とそこまで大きくないため分散効果が十分に得られていることも考えられる。しかしバリューとの組み合わせによる有意性は全くないわけではなく、複合ファクター1の順位加重ポートフォリオではモメンタムとバリューの組み合わせが最もシャープレシオが高くなる。また、資産の推移を見てみるとバリューファクターと組み合わせることで2010年以降にキャリーやモメンタムファクターのパフォーマンスが減少する傾向をいくらか緩和できていることが分かる。まとめると、ファクターを組み合わせ事でよりパフォーマンスの高いポートフォリオを作成することが出来、ファクター間の相関を考慮したポートフォリオを作成することはある程度有効であることが確認される。追加の分析として、リターン分解から得られるキャピタルゲインとイールドにおいて、それぞれのリターンに対する寄

与率を作成し、それを用いて複合ファクター1のファクターの重みを決定するファクターを作成する。詳しい説明と分析結果は付録 A.4にある。

8 株式ファクターとの関係

ここまでの節ではコモディティ市場におけるファクター効果について詳しく分析を行ってきた。しかし、実務上でコモディティはオルタナティブ資産の1つとして考えられている様に、実際に投資を行う際は株式や債券といった伝統的資産に追加してコモディティへの投資を考える場合が多いと思われる。そのため、コモディティのファクターと株式のファクターの関係を本節で分析する事でより最適なポートフォリオの作成に寄与する。

8.1 コモディティファクターと Fama-French6 ファクターとの関係

コモディティ市場における等ウェイトとキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリュウの4つのファクターポートフォリオ、複合ファクター1の All のリターンに対して [Fama and French \(2015\)](#) による、株式マーケット (MKT), サイズ (SMB), バリュウ (HML), 収益性 (RMW), 投資 (CMA) の5ファクターに過去1年間のモメンタムファクターを追加して Fama-French6 ファクターとして分析を行う^{*11}。

3分位ポートフォリオと順位加重ポートフォリオ結果をそれぞれ表 13, 表 14 に示す。まず等ウェイトについて見ると、株式マーケットと株式バリュウの係数が正に有意である。切片については有意ではない。株式マーケットファクターとの関係はアセットクラスを横断するマーケットファクターの存在を示唆する。続いて、それぞれのファクターについて見る。キャリーは3分位ポートフォリオで株式サイズファクターと正の方向で有意であるが、順位加重ポートフォリオでは有意ではない。切片については正に有意である。コモディティモメンタムは株式バリュウファクターと株式モメンタムファクターと正の方向で有意である。切片は正に有意である。コモディティモメンタムスプレッドは株式マーケットファクターと有意に負の関係があり、切片については正に有意である。コモディティバリュウは株式モメンタムファクターと負の方向で有意であり、順位加重ポートフォリオでは株式バリュウファクターと負の方向で有意となる。切片については有意となっていない。株式バリュウとコモディティバリュウで測定方法が異なるとはいえ、同じファクターを見ている株式バリュウとコモディティバリュウが順位加重ポートフォリオにて負の関係があることは、[Asness, Moskowitz and Pedersen \(2013\)](#) の結果と異なっており、意外である。複合ファクター1のオールについては株式ファクターとの有意な関係は見られない。切片については正に有意である。

キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、オールファクターについてはそれぞれ切片の係

^{*11} Fama-French6 ファクターとモメンタムファクターのデータは French のホームページより入手する。また、6ファクターは米国株式市場のものを使用する。 https://mba.tuck.dartmouth.edu/pages/faculty/ken.french/data_library.html

表 13: FF6 ファクターとの関係 (3 分位ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value	All
切片	0.0026 (1.20)	0.0099 (3.49)	0.0077 (3.01)	0.0111 (5.14)	0.0047 (1.68)	0.0084 (6.80)
MKT	0.1523 (2.54)	-0.0297 (-0.58)	0.0169 (0.32)	-0.1807 (-3.30)	0.0515 (0.87)	-0.0355 (-1.42)
SMB	0.0335 (0.50)	0.1809 (2.16)	0.0325 (0.32)	0.0477 (0.51)	0.0260 (0.26)	0.0718 (1.62)
HML	0.2136 (2.70)	0.1816 (1.74)	0.3336 (2.55)	0.0535 (0.52)	-0.2593 (-1.94)	0.0773 (1.58)
RMW	-0.1210 (-1.41)	0.0393 (0.36)	-0.0068 (-0.07)	-0.0433 (-0.42)	0.0697 (0.58)	0.0147 (0.29)
CMA	-0.0749 (-0.55)	-0.1095 (-0.65)	-0.2260 (-1.20)	0.0122 (0.08)	0.2461 (1.25)	-0.0193 (-0.25)
Mom	-0.0049 (-0.12)	0.0122 (0.20)	0.3209 (4.77)	-0.0507 (-0.87)	-0.2968 (-4.83)	-0.0036 (-0.14)

3 分位ポートフォリオによるコモディティファクターを目的変数, [Fama and French \(2015\)](#) の 5 ファクターとモメンタムファクターを説明変数とした際の推定係数と t 値を示す (t 値は () 内の数値). All は複合ファクター 1 の All である. t 値は推定係数に関しての [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である. MKT は株式マーケットファクター, SMB は株式サイズファクター, HML は株式バリュウファクター, RMW は株式収益性ファクター, CMA は株式投資ファクター, Mom は株式モメンタムファクターを示す. 対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である. 分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで.

数が有意に正である. これは各ファクターが株式ファクターと独立して変動する事を示し, 株式ポートフォリオとの組み合わせの際に十分な分散効果が得られると考えられる. 特に, モメンタムスプレッドについては株式マーケットファクターの係数が有意に負であり, 株式マーケットポートフォリオと組み合わせると事でパフォーマンスの向上が見込まれる. 株式ファクターとの関係性はキャリーは株式サイズファクター, モメンタムは株式バリュウファクターと株式モメンタムファクター, バリュウは株式モメンタムファクターとそれぞれ有意な関係性が見られる. 特に, モメンタムファクターについては株式とコモディティ間で正の関係性が見られており, アセットクラスを超えたモメンタムファクターの存在を示唆する. また, バリュウファクターは株式とコモディティ間で負の関係性が見られる.

8.2 株式ファクターへの予測性

続いて, コモディティファクターが株式ファクターに対しての関係性と予測性を持つかどうかの分析を行う. ファクター効果は何らかの将来のアセットリターンに影響を与える要因があり, それを観測可能な指標で捉えることでベンチマークを上回るリターンを得る. そのため, 金融化が十分に進んだ世界においては資産クラスや地域によらず同じファクター効果が現れるはずである.

表 14: FF6 ファクターとの関係 (順位加重ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value	All
切片	0.0026 (1.20)	0.0092 (3.54)	0.0071 (2.81)	0.0089 (4.11)	0.0039 (1.49)	0.0073 (6.29)
MKT	0.1523 (2.54)	-0.0197 (-0.45)	0.0009 (0.02)	-0.1441 (-2.62)	0.0670 (1.15)	-0.0240 (-1.03)
SMB	0.0335 (0.50)	0.1511 (1.90)	0.0583 (0.59)	0.0627 (0.72)	0.0151 (0.15)	0.0718 (1.63)
HML	0.2136 (2.70)	0.1393 (1.43)	0.3147 (2.61)	0.0814 (0.72)	-0.3013 (-2.45)	0.0585 (1.18)
RMW	-0.1210 (-1.41)	0.0854 (0.81)	0.0079 (0.08)	0.0146 (0.14)	0.0896 (0.79)	0.0494 (0.95)
CMA	-0.0749 (-0.55)	-0.1220 (-0.75)	-0.2154 (-1.18)	-0.0197 (-0.12)	0.2380 (1.30)	-0.0298 (-0.38)
Mom	-0.0049 (-0.12)	0.0159 (0.28)	0.3174 (4.92)	-0.0118 (-0.21)	-0.2843 (-4.69)	0.0093 (0.39)

順位加重ポートフォリオによるコモディティファクターを目的変数, Fama and French (2015) の5ファクターとモメンタムファクターを説明変数とした際の推定係数と t 値を示す (t 値は () 内の数値). All は複合ファクター 1 の All である. t 値は推定係数に関しての Newey and West (1987) に基づく統計量である. MKT は株式マーケットファクター, SMB は株式サイズファクター, HML は株式バリューファクター, RMW は株式収益性ファクター, CMA は株式投資ファクター, Mom は株式モメンタムファクターを示す. 対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である. 分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで.

Asness, Moskowitz and Pedersen (2013) では 8 つの市場及び資産クラスにてバリューとモメンタムファクターの効果を確認しており, Koijen et al. (2018) では複数の資産クラスをまたいでキャリーファクターの効果があることを確認する. 本節では対応する株式ファクターを同時点と 1 ヶ月ラグを取ったファクターで回帰することで, 対応するファクター間の関係やコモディティファクターの株式ファクターに対する予測性があるのかどうかを分析する.

具体的にはまず, コモディティの 3 ファクターそれぞれに対応するファクターをそれぞれ決める. コモディティキャリーは配当利回り, コモディティモメンタムは株式モメンタム, コモディティバリューは株式バリューが対応する株式ファクターである. 加えてコモディティ等ウェイトと株式マーケットファクターも入れる. また, モメンタムスプレッドに関しては株式で対応するファクターが無い場合分析から除外する. そして, 株式ファクターを目的変数, 説明変数は同時点の株式・コモディティファクターと 1 期間ラグをとった株式・コモディティファクターとして回帰分析を行う. 期間 $t \rightarrow t+1$ におけるファクター i を $r_{t \rightarrow t+1}^i$ とすると,

$$r_{t \rightarrow t+1}^k = \sum_i \beta_i r_{t \rightarrow t+1}^i + \sum_j \beta_j r_{t \rightarrow t+1}^j + \epsilon_{t-1 \rightarrow t} \quad (15)$$

となる. ここで i, j, k はファクターの種類を表し, $k \neq i$ である.

分析結果を表 15 に示す. ここでは株式ファクターとコモディティファクターとの関連性に注目

表 15: 株式ファクターへの予測性

	3 分位			順位加重		
	Dividend Yield	Momentum	Value	Dividend Yield	Momentum	Value
Eq Weight	-0.057 (-2.06)	-0.098 (-2.26)	0.086 (3.48)	-0.059 (-2.24)	-0.104 (-2.43)	0.088 (3.57)
Carry	-0.011 (-0.73)	-0.069 (-1.93)	0.016 (0.86)	-0.013 (-0.68)	-0.086 (-1.95)	0.011 (0.54)
Momentum	-0.004 (-0.22)	0.117 (3.22)	0.027 (1.53)	-0.012 (-0.75)	0.127 (3.27)	0.024 (1.24)
Value	-0.014 (-1.06)	-0.097 (-3.56)	0.014 (0.84)	-0.025 (-1.75)	-0.097 (-3.26)	0.010 (0.61)
Eq Weight lag	0.009 (0.45)	0.064 (1.96)	-0.004 (-0.20)	0.007 (0.32)	0.071 (2.12)	-0.002 (-0.07)
Carry lag	-0.010 (-0.77)	0.050 (1.80)	0.026 (1.54)	-0.014 (-0.91)	0.049 (1.61)	0.034 (1.81)
Momentum lag	-0.006 (-0.41)	-0.019 (-0.59)	-0.001 (-0.06)	-0.011 (-0.78)	-0.013 (-0.42)	-0.002 (-0.14)
Value lag	-0.016 (-1.18)	-0.052 (-1.85)	0.006 (0.36)	-0.023 (-1.53)	-0.047 (-1.58)	0.009 (0.54)

株式ファクターを目的変数、同時点の自身を除いた株式ファクターとコモディティファクター、1ヶ月ラグをとった株式ファクターとコモディティファクターを説明変数とした。実際の分析では9個の推定係数があるが、興味の対象である同時点のコモディティファクターと1ヶ月のラグをとったコモディティファクターの推定係数とその t 値を示す(t 値は()内の数値)。 t 値は平均に関するNewey and West (1987)に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間は1990年11月から2023年4月まで。

するため、同時点のコモディティファクターとラグをとったコモディティファクターとの係数と t 値のみを表示する。表は縦方向に見ていき、各列が目的変数で各行が説明変数である。個別に見ていくと、配当利回りに関しては同時点のコモディティ等ウェイトファクターの係数が有意であり、他に有意な関係は見られなかった。コモディティキャリーとは有意ではないもの、係数は負の値である。株式モメンタムについては同時点においてコモディティ等ウェイトと負、コモディティモメンタムと正、コモディティバリューと負の関係がある。また、ラグを取ったコモディティ等ウェイトファクターと正の関係性があり、コモディティ等ウェイトファクターは株式モメンタムファクターに先行する関係があるといえる。株式バリューは同時点のコモディティ等ウェイトファクターと正の関係があり、他のファクターとの関係は見られない。

分析結果より、3ファクターともそれぞれ同時点のコモディティ等ウェイトファクターとの関係性が見られる。8.1節の結果とわせると、コモディティファクターは株式市場ファクターとの関係性はないが株式ファクターはコモディティ市場ファクターである等ウェイトファクターと関係性があるという興味深い結果である。また、それぞれ対応するファクター間の関係性はモメンタムファクターでは同時点で確認出来るが、配当利回りとバリューファクターでは確認出来ない。これは8.1節の結果とも整合的であり、モメンタムファクターはアセットクラスを超えて機能するファク

ターであると考えられ、配当利回り (キャリー)、バリューに関してはアセットクラス間の関係性が見られず、各アセットクラスで独立に機能すると考えられる。

9 ボラティリティコントロール分析

ここまで、コモディティの生リターンについて分析を行ってきたが、生リターンを分析対象とすることによる問題点がある。表 2 から分かるように分析対象のコモディティは標準偏差にばらつきがある。最も小さいコモディティで Feeder Cattle の 14.93%。最も大きいもので Gasoline の 36.31% と 2 倍以上の開きがある。標準偏差が大きいコモディティほどリターンの変動も大きくなるためポートフォリオに寄与する割合も大きくなってしまい、特定のコモディティの影響を過大に評価してしまう問題がある。そのため、個別のコモディティのリターンについてボラティリティコントロールを行い、ボラティリティを一定にした分析を行う。また、その後ポートフォリオリターンに対してボラティリティコントロールを行い、個別のボラティリティコントロールとの違いについても分析を行う。

9.1 ボラティリティコントロールリターンの作成

ボラティリティコントロールリターンは Moskowitz, Ooi and Pedersen (2012) を参考に作成する。Moskowitz, Ooi and Pedersen (2012) では過去 1 年間の日次リターンを用いて指数加重平均した実現分散を作成し、それを用いてボラティリティコントロールを行う。具体的には次のように作成する。まず、時点 t にコモディティ i の年率分散を

$$\sigma_{i,t}^2 = 261 \sum_{j=1}^{261} \frac{\delta^j}{\delta} (r_{i,t-j \rightarrow t+1-j} - \bar{r}_{i,t})^2 \quad (16)$$

$$\bar{r}_{i,t} = \sum_{j=1}^{261} \frac{\delta^j}{\delta} r_{i,t-j \rightarrow t+1-j} \quad (17)$$

とする*12。ここで、 δ は指数加重平均の重みのファクターであり、Moskowitz, Ooi and Pedersen (2012) より

$$\sum_{j=1}^{\infty} (1 - \delta) \delta^{j-1} (j - 1) \approx \frac{\delta}{1 - \delta} = 60 \quad (18)$$

$$\delta = \frac{60}{61} \quad (19)$$

とする。また、式 (16), (17), (18) のリターンはすべて日次リターンである。そして得られた年率標準偏差で月次リターン $r_{i,t \rightarrow t+1}$ を割り、年率標準偏差を 0.5 に調整してボラティリティコントロールリターンを得る。

$$r_{i,t \rightarrow t+1}^{volcon} = \frac{r_{i,t \rightarrow t+1}}{\sigma_{i,t}} \times 0.5 \quad (20)$$

*12 年率分散を計算する際に、1 年間で 261 日とする。

表 16: ボラティリティコントロールを行ったファクター分析 (個別)

	Eq Weight	Carry (P1-P3)	Momentum (P1-P3)	Momentum Spread (P1-P3)	Value (P1-P3)	All (P1-P3)
平均	9.12%	23.95%	27.04%	22.52%	8.44%	18.90%
標準偏差	28.21%	38.60%	38.63%	34.96%	41.87%	17.85%
シャープレシオ	0.323	0.621	0.700	0.644	0.202	1.059
<i>t</i> 値	1.88	4.11	4.67	4.44	1.27	6.89
	Carry (Rank)	Momentum (Rank)	Momentum Spread (Rank)	Value (Rank)	All (Rank)	
平均	22.78%	25.31%	24.47%	7.06%	18.17%	
標準偏差	35.60%	36.54%	32.55%	38.24%	15.30%	
シャープレシオ	0.640	0.693	0.752	0.185	1.187	
<i>t</i> 値	4.07	4.67	5.18	1.19	7.34	

個別のボラティリティコントロールを行ったポートフォリオにおける等ウェイトと 4 つのファクターそれぞれの結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオは年率である。All は複合ファクター 1 の All である。*t* 値は平均に関する *Newey and West (1987)* に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間はバリューと All が 1974 年 11 月から 2023 年 4 月まで、他の 3 ファクターは 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

9.2 ボラティリティコントロールリターンの分析結果

作成したボラティリティコントロールリターンに対してキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリュー、複合ファクター 1 の All の 5 つのファクターポートフォリオ作成して分析を行う。また、ボラティリティの計算のため、バリューと All については分析期間が 1974 年 11 月から 2023 年 4 月となる。他の 3 ファクターについては 1972 年 11 月から 2023 年 4 月である。

分析結果を表 16 に示す。上段には等ウェイトと 3 分位ポートフォリオ、下段には順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。標準偏差が異なるため平均でリターンとの比較は出来ないの、シャープレシオと平均値の *t* 値に注目する。まず、等ウェイトのパフォーマンスは小幅に向上する。表 3 より生リターンではシャープレシオ 0.302, *t* 値 1.82 であるのに対して、ボラティリティコントロールを行うと、シャープレシオ 0.323, *t* 値 1.88 となる。キャリーは 3 分位と順位加重ともに若干パフォーマンスが下がっているが、有意に正のリターンが得られる。モメンタムは 3 分位、順位加重ともに若干パフォーマンスが上昇する。モメンタムスプレッドは 3 分位ではパフォーマンスが下がるが、順位加重ではパフォーマンスが上がる。また、3 分位ポートフォリオにて生リターンではモメンタムスプレッドのパフォーマンスが最も高かったがボラティリティコントロールを行うとモメンタムの方がパフォーマンスが上がる。バリューについては 3 分位ポートフォリオではまちまちだが、順位加重ポートフォリオでは少しパフォーマンスが上がっている。最後に複合ファクター 1 のオールについては 3 分位ポートフォリオではパフォーマンスが下がり、順位加重ポートフォリオではパフォーマンスが上がっている。

まとめるとボラティリティコントロールを行ってもファクター効果の結果は変わらない。また、ボラティリティコントロールによるパフォーマンスの変化はファクターによってまちまちであることが判明する。

9.3 ポートフォリオのボラティリティコントロール

コモディティファクターとボラティリティの関係性について更に詳しく分析を行う。具体的にはファクターポートフォリオに対してボラティリティコントロールを行う。ここまでの分析は個別のコモディティリターンについてボラティリティコントロールを行っているため、コモディティ間の相関の影響を加味していない。そのため、ポートフォリオ作成後にボラティリティコントロールを行うことで相関の影響を加味したボラティリティを一定にした場合のファクター効果を分析する。そして、個別のボラティリティコントロールとポートフォリオのボラティリティコントロールを比較することでパフォーマンスの変化が個別要因によるものか、それとも相関によるものかを明らかにする。

ポートフォリオのボラティリティコントロールについての先行研究は [Kang and Kwon \(2021\)](#) がある。1979 年から 2017 年までの 41 種類のコモディティについて、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドで作成したファクターポートフォリオを分析対象とする。ボラティリティは日次リターンを使用した過去 1 ヶ月の実現ボラティリティである。分析結果は過去 12 ヶ月のモメンタムファクターを除いてシャープレシオが有意に改善したものは無い。また、等ウェイトのシャープレシオの変化はボラティリティコントロールの前後で 0.148 から 0.285 と小幅の上昇である。また、株式ファクターに対してボラティリティコントロールをした先行研究として [Moreira and Muir \(2017\)](#) があり、ボラティリティコントロールによってマーケット、バリュー、モメンタム、収益性、株価収益率、投資性、ベッティングアゲインストベータファクターで収益性が向上すると主張する。また、通貨のキャリーファクターに対してもボラティリティコントロールによって収益性が向上している。

ボラティリティコントロールリターンの作成方法は次のとおりである。個別のボラティリティコントロールリターンの作成では日次リターンを使用したがる、ポートフォリオリターンは月次リターンしかない。そのため、月次リターンから日次リターンを使用した時と同じになる様にボラティリティリターンを作成する。まず、年利のボラティリティを次のように計算する。

$$\sigma_{i,t}^2 = 12 \sum_{i=1}^{12} \frac{\delta^i}{\delta} (r_{t-i} - \bar{r}_t)^2 \quad (21)$$

ここで、 δ は

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{1-\delta} &= 2 \\ \delta &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

である^{*13}。また、 \bar{r}_t は

$$\bar{r}_t = \sum_{i=1}^{12} \frac{\delta^i}{\delta} r_{t-i}$$

*13 日次リターンでは $\frac{\delta}{1-\delta} = 60$ であった。その為、2 か月前に半減するように $=2$ とする。

表 17: ボラティリティコントロールを行ったファクター分析 (ポートフォリオ)

	Eq Weight	Carry (P1-P3)	Momentum (P1-P3)	Momentum Spread (P1-P3)	Value (P1-P3)	All (P1-P3)
平均	4.76%	7.61%	8.73%	9.49%	2.07%	14.98%
標準偏差	15.73%	14.56%	14.06%	15.42%	15.72%	16.64%
シャープレシオ	0.302	0.522	0.621	0.616	0.132	0.900
t 値	1.94	3.61	4.43	4.27	0.90	6.15
	Carry (Rank)	Momentum (Rank)	Momentum Spread (Rank)	Value (Rank)	All (Rank)	
平均	7.89%	8.55%	8.78%	2.51%	14.94%	
標準偏差	15.15%	14.19%	14.91%	15.37%	16.65%	
シャープレシオ	0.521	0.603	0.589	0.163	0.898	
t 値	3.66	4.23	4.24	1.14	6.43	

ポートフォリオのボラティリティコントロールを行ったポートフォリオにおける等ウェイトと4つのファクターそれぞれの結果を示す。Allは複合ファクター1のAllである。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関するNewey and West (1987)に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間はバリューとAllが1974年11月から2023年4月まで、他の3ファクターは1972年11月から2023年4月まで。

よってボラティリティコントロールリターンは

$$R_{i,t \rightarrow t+1}^{volcon} = \frac{R_{i,t \rightarrow t+1}}{\sigma_t} \quad (22)$$

と計算できる。

分析結果を表17に示す。個別に見ていくと、まず等ウェイトはシャープレシオが生りターンの0.302から、ボラティリティコントロールの0.302と変化は無い。続いてキャリーのシャープレシオの変化は順位加重で0.663から5.22と減少する。モメンタムは順位加重で0.576から0.603と上昇する。モメンタムスプレッドについても順位加重にて0.571から0.589と上昇する。バリューについては順位加重にて、0.161から0.163と小幅に上昇する。最後に複合ファクター1のAllでは順位加重で1.011から0.898と減少する。続いて、個別のボラティリティコントロールポートフォリオとの比較を行う。シャープレシオを見ていくと、等ウェイトは個別の方がパフォーマンスが良い。ファクターについてはすべてのファクターポートフォリオにて個別の方がパフォーマンスが良い結果となる。

結果はKang and Kwon (2021)と似たような結果となった。しかし、個別とポートフォリオそれぞれのボラティリティコントロールを行い比較することで、ポートフォリオのボラティリティコントロールより個別のボラティリティコントロールの方がパフォーマンスが良いことが分かる。このことはリターンに対するコモディティ間の相関がシャープレシオに対して負の方向に影響があることを示す。また、リターンに対するボラティリティコントロールの影響をより詳しく分析するために、ボラティリティコントロールリターンに対して第6節のリターン分解を行う分析を付録A.5にて行う。

10 結論

本稿ではコモディティのキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッド、バリューの4つのファクターに焦点をあてそれぞれのファクターの特性とファクター間の関係性について分析を行った。まず、4つのファクターの有効性の確認を行いキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドにて有意に正のリターンが得られ、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドとバリューの間には負の相関があることが確認された。続いて、先物リターンをイールドとキャピタルゲインに分解してそれぞれに対してファクター分析を行ったところ、キャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与し、バリューはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与することを発見した。このようなイールドとキャピタルゲインへの寄与の違いによってバリューと他の3つのファクターの間に負の相関があると考えられる。その後、パフォーマンスの向上を目的に4つのファクターを組み合わせて複合ファクターを作成した。結果として他の3つのファクターと負の相関があるバリューとの組み合わせによってモメンタムにおいて他のファクターの組み合わせよりも高いパフォーマンスは得られなかった。しかし、キャリアとモメンタム、モメンタムスプレッドについて2010年以降にファクターの効果が無くなっていったが、バリューと組み合わせることによって2010年以降もファクター効果があるといった改善が見られた。さらに、4つのファクターを合わせた複合ファクターでは最高1.111と高いシャープレシオを持つファクターを作成することが出来た。続いて、株式ファクターとの関係性の分析を行い、モメンタムファクターについてアセットクラスをまたいだファクター効果を示唆する結果が得られた。しかし、キャリアとバリューではそのような関係性は見られなかった。また、ボラティリティを一定にした場合の分析も行い、ボラティリティコントロール自体はポートフォリオのパフォーマンスに大きな向上をもたらさないが、個別とポートフォリオそれぞれのボラティリティコントロールを行い比較することで、リターンに対するコモディティ間の相関がパフォーマンスに対して負の方向に影響があることが判明した。

付録 A

本文の補足や論文の構成上記述すると冗長になってしまう補助的、追加的な分析についてまとめる。

A.1 セクターニュートラル

ここではセクターリターンに対するエクスポージャーを無くすために、セクターニュートラル化したファクターポートフォリオを作成して分析を行う。第5節におけるファクター分析ではキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドについて有意な正のリターンが得られている。セクターに由来するリターンを排除することで各ファクターにどのような変化が見られるか分析する。

表 18: セクターニュートラルの分析

	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	6.04%	9.75%	8.91%	2.55%
標準偏差	13.87%	13.22%	12.90%	14.72%
シャープレシオ	0.436	0.738	0.691	0.174
t 値	2.35	4.29	3.60	0.82

セクターニュートラル化したロングショートポートフォリオの分析結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類、セクターは 7 種類である。分析期間はキャリー 1989 年 11 月から 2023 年 4 月まで、モメンタム 1987 年 10 月から 2023 年 4 月まで、モメンタムスプレッド 1987 年 10 月から 2023 年 4 月まで、バリュー 1992 年 5 月から 2023 年 4 月まで。

[Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) ではセクターニュートラルにする事でバリューのシャープレシオが向上すると述べており、同様の結果が出るかどうかについても確認する。

セクターニュートラルとなるファクターポートフォリオ次のように作成する。まず、セクター毎に各ファクターの特性値を基準に降順でソートを行う。そして、一番特性値が高いコモディティをロング、一番低いコモディティをショートしてポートフォリオを作成する。セクターの分け方は [Szymanowska et al. \(2014\)](#) に基づき 7 種類のセクターに分類する（詳しくは表 1 参照）。また、セクター内のすべてのコモディティのリターンが取得可能になった時点で分析に含めている（途中で条件を満たさなくなった場合はセクターごと分析対象から除外）。そして、全体のコモディティ数が 9 個以上になった時点で分析を開始する。分析期間はファクター毎に異なり、キャリーは 1989 年 11 月から 2023 年 4 月まで、モメンタムは 1987 年 10 月から 2023 年 4 月まで、モメンタムスプレッドは 1987 年 10 月から 2023 年 4 月まで、バリューは 1992 年 5 月から 2023 年 4 月までである。分析期間が第 5 節の分析と異なるため、厳密には比較出来ないが、十分な分析期間が得られているため問題ないとする。

分析結果を表 18 に示す。リターンはセクターニュートラル前と同じく、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドで有意に正のリターンだが、バリューは正であるが有意ではない。表 3 と比較すると、シャープレシオはキャリーで 0.644 から 0.436、モメンタムで 0.601 から 0.738、モメンタムスプレッドで 0.684 から 0.691、バリューで 0.196 から 0.174 となる。モメンタムとモメンタムスプレッドでパフォーマンスは向上し、キャリー、バリューでパフォーマンスが下落する。

セクターニュートラル化を行い分析を行った結果、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドについてはセクターニュートラル化前と同様に正の有意なリターンが得られファクター効果は各コモディティ個別の要因によるものであるといえる。また、バリューに関してはセクターニュートラル化でパフォーマンスが低下する。これは [Markwat, Quist and Zomerdijk \(2020\)](#) と異なる結果である。理由として、分析期間やセクターの分け方が異なる点が考えられる。

A.2 リターン分解の補足説明

第6節にて先物リターンの分解は Han (2023) を参考に、簡略化した方法で先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解する。ここでは Han (2023) におけるリターン分解の方法とキャピタルゲイン、イールドと先物リターンの関係性について説明する。

Han (2023) ではまず、先物リターン $r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$ を

$$r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{F_{j,t+1}^{T_n} - F_{j,t}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} + r f_{t \rightarrow t+1} \quad (23)$$

とする。ここで、 $F_{j,t}^{T_n}$ はコモディティ j における、第 n 限月の時点 t の先物価格である。 $r f_{t \rightarrow t+1}$ は期間 t から $t+1$ までのリスクフリーレートである。また、スポットリターン $r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n(spot)}$ を

$$r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n(spot)} = \frac{\text{Spot}_{j,t+1} + D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} - 1 = c g_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} \quad (24)$$

とする。ここで、 $\text{Spot}_{j,t}$ はコモディティ j の時点 t におけるスポット価格である。 $D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$ はコモディティ j における第 n 限月の期間 t から $t+1$ のコンビニエンスイールドである。 $c g_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$ と $y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$ はそれぞれコモディティ j における第 n 限月の期間 t から $t+1$ までのキャピタルゲインとイールドである。コンビニエンスイールド $D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$ は

$$D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \text{Spot}_{j,t}(1 + r f_{t \rightarrow t+1}) - F_{j,t}^{T_n}$$

と計算される。そして、キャピタルゲインとイールドはそれぞれ

$$c g_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{\text{Spot}_{j,t+1} - \text{Spot}_{j,t}}{\text{Spot}_{j,t}} \quad (25)$$

$$y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} \quad (26)$$

と計算する。式 (24) から分かるようにスポットリターンをキャピタルゲインとイールドに分解する。しかし、Han (2023) は先物リターンとスポットリターンは近似出来るとしている。先物リターンとスポットリターンの近似は次のように示される。まず、イールドについて

$$\begin{aligned} y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} &= \frac{D_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} \\ &= (1 + r f_{t \rightarrow t+1}) - \frac{F_{j,t}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} \end{aligned}$$

となり、

$$r f_{t \rightarrow t+1} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = \frac{F_{j,t}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} - 1 \approx \ln \left(\frac{F_{j,t}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} \right)$$

となる。近似は $\frac{F_{j,t}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}}$ がほぼ 1 であることによる。そのため、

$$rf_{t \rightarrow t+1} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}$$

はほぼゼロとなる。よって

$$\frac{F_{j,t}^{T_n}}{\text{Spot}_{j,t}} \approx e^{rf_{t \rightarrow t+1} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}} \approx 1$$

となる。これを使って先物リターンは

$$\begin{aligned} r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} &= \frac{F_{j,t+1}^{T_n} - F_{j,t}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} + rf_{t \rightarrow t+1} \\ &\approx \ln \left(\frac{F_{j,t+1}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} \right) + rf_{t \rightarrow t+1} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} \\ &\approx \frac{F_{j,t+1}^{T_n}}{F_{j,t}^{T_n}} e^{rf_{t \rightarrow t+1} - y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n}} - 1 + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} \\ &= \frac{F_{j,t+1}^{T_n} e^{rf_{t+1 \rightarrow t+2} - y_{j,t+1 \rightarrow t+2}^{T_n}}}{F_{j,t}^{T_n} e^{rf_{t \rightarrow t+2} - y_{j,t \rightarrow t+2}^{T_n}}} - 1 + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} \\ &= \frac{\text{Spot}_{j,t+1}}{\text{Spot}_{j,t}} - 1 + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} \\ &= cg_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} + y_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n} = r_{j,t \rightarrow t+1}^{T_n(\text{spot})} \end{aligned}$$

とスポットリターンに近似することが出来る。

A.3 キャリーモメンタムファクター

ここではキャリーモメンタムファクターを作成し、分析を行う。第 5 節にて生リターンに対してファクター分析を行い、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドでは有意に正のリターンが得られ、バリューでは得られない事が分かった。その後、第 6 節にて先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解した分析を行った。その結果、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与し、バリューはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与することが判明した。この二つの結果から、イールドには自己相関 (モメンタム効果) があり、キャピタルゲインには自己相関がなく、それに起因して生リターンにおけるファクター効果に違いが出ているのではないかと考えられる。本節ではこの仮説の検証を行う。

キャリーモメンタムファクターは [Davis et al. \(2022\)](#) を参考に作成する。 $S_{j,t}^{\text{carrymomentum}}$ を時点 t におけるコモディティ j のキャリーモメンタムの特性値とすると、それは

$$S_{j,t}^{\text{carrymomentum}} = S_{j,t}^{\text{carry}} - \frac{1}{11} \sum_{i=1}^{11} S_{j,t-i}^{\text{carry}} \quad (27)$$

表 19: キャリーモメンタム分析結果

	Eq Weight	P1	P2	P3	P1-P3	Rank
平均	4.26%	6.34%	3.30%	4.72%	1.62%	2.02%
標準偏差	14.14%	18.92%	16.77%	16.94%	18.80%	18.29%
シャープレシオ	0.302	0.335	0.197	0.279	0.086	0.111
t 値	1.82	2.07	1.17	1.95	0.59	0.71

等ウェイトとキャリーモメンタムファクターにおける 3 分位ポートフォリオ、順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。P1-P3 は P1 のリターンと P3 のリターンの差をとったロングショートポートフォリオである。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

と計算される。ここで、モメンタムの参照期間は過去 1 年間とする。[Davis et al. \(2022\)](#) はスケールを一致するためにキャリーを自身の標準偏差で割っていたが、今回はキャリー特徴量の作成にて対数をとっているの、ある程度スケールングされており問題ないとする。また、[Davis et al. \(2022\)](#) において標準偏差で割っていない特徴量で分析も行っており、結果に大きな変化はないとしている。

先行研究として [Davis et al. \(2022\)](#) では金利、コモディティ、通貨、株式におけるキャリーモメンタムファクターの分析を行う。キャリーモメンタム特性値にてソートし上位 1/2 をロング下位 1/2 をショートするポートフォリオにて、コモディティは有意に正の超過リターンを得られるとしている。

表 19 に 3 分位ポートフォリオと順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。結果として 3 分位ポートフォリオ、順位加重ポートフォリオ共に有意に正のリターンは得られない。 t 値は 3 分位ポートフォリオで 0.59、順位加重ポートフォリオで 0.71 である。また、3 分位ポートフォリオにて P2 より P3 の平均リターンが高く単調に減少していない。この結果は [Davis et al. \(2022\)](#) とは異なる。そして、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドとバリュースそれぞれのファクター効果の違いがイールドとキャピタルゲインの自己相関の違いによるという仮定は成り立たない。

A.4 寄与率の複合ファクター

ここではリターン分解から得られたキャピタルゲインとイールドからそれぞれのリターンに対する寄与率を作成し、それをを用いて複合ファクターにおける各ファクターの重みを決めたポートフォリオを作成し分析を行う。本稿では第 6 節にて先物リターンをキャピタルゲインとイールドに分解した分析を行った。その結果、キャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与し、バリューはキャピタルゲインにマイナス、イールドにプラスに寄与することが判明する。そこで、バリューと他の 3 ファクターをそれぞれ組み合わせる複合ファクターを作成する際に、第 6 節の結果を利用することで、第 7 節で作成した複合ファクターよりもパフォーマンスがよい複合ファクターポートフォリオを作成することが出来るのではないかと

表 20: 寄与率を使った複合ファクター 1

	Eq Weight	3 分位		
		Carry+Value	Momentum+Value	Momentum Spread+Value
平均	4.26%	7.00%	5.86%	7.24%
標準偏差	14.14%	16.82%	15.60%	17.14%
シャープレシオ	0.302	0.416	0.376	0.422
t 値	1.82	3.13	2.78	3.09

	順位加重		
	Carry+Value	Momentum+Value	Momentum Spread+Value
平均	5.88%	4.80%	6.09%
標準偏差	16.04%	15.07%	16.52%
シャープレシオ	0.366	0.318	0.369
t 値	2.76	2.30	2.76

等ウェイトと寄与率を使った複合ファクター 1 における 3 分位ポートフォリオ、順位加重ポートフォリオの分析結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する [Newey and West \(1987\)](#) に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間は 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

と考え、分析を行う。

まず、キャピタルゲインとイールドから寄与率を作成する。イールドの寄与率を $C_{t \rightarrow t+1}^{yield}$ 、キャピタルゲインの寄与率を $C_{t \rightarrow t+1}^{capitalgain}$ とすると、それぞれ

$$C_{t \rightarrow t+1}^{yield} = \frac{|r_{t \rightarrow t+1}^{yield}|}{|r_{t \rightarrow t+1}^{yield}| + |r_{t \rightarrow t+1}^{capitalgain}|} \quad (28)$$

$$C_{t \rightarrow t+1}^{capitalgain} = 1 - C_{t \rightarrow t+1}^{yield} \quad (29)$$

となる。寄与率作成に使用したリターンは等ウェイトのリターンを使用する。その後、二つのファクターを使った複合ポートフォリオを次のように作成する。

$$r_{i,t \rightarrow t+1} = C_{t-1 \rightarrow t}^{yield} r_{j,t \rightarrow t+1} + C_{t-1 \rightarrow t}^{capitalgain} r_{value,t \rightarrow t+1} \quad (30)$$

ここで、 $r_{j,t \rightarrow t+1}$ はキャリー、モメンタム、モメンタムスプレッドのファクターである。

結果を表 20 に示す。全体として、複合ファクター 1 よりパフォーマンスが下がる。表 9 より、複合ファクター 1 の 3 分位ポートフォリオのシャープレシオで比べると、キャリーとバリューでは 0.713 から 0.416、モメンタムとバリューでは 0.813 から 0.376、モメンタムスプレッドとバリューでは 0.587 から 0.422 とすべてのファクターで下がる。順位加重ポートフォリオにおいても同様にすべてのファクターでパフォーマンスは落ちる。

予想と異なる結果となった原因としては、第一にバリューが生リターンにて有意な正のリターンを得られていないことが挙げられる。表 6 より、大部分のコモディティにおいてイールドよりキャピ

タルゲインの方が平均の絶対値は大きい傾向にある。その為、寄与率を重みとするとキャピタルゲインに平均的に偏重になるため、パフォーマンスが複合ファクター1より下がってしまったと考えられる。

A.5 ボラティリティコントロールリターンの分解

ここでは第6節で行ったリターン分解を第9節で作成した個別のボラティリティコントロールリターンに適用する分析を行う。第6節ではキャリア、モメンタム、モメンタムスプレッドではキャピタルゲインで負、イールドでは正のリターンとなり、バリューではキャピタルゲインで正、イールドでは負のリターンである。ボラティリティを一定にした場合においても同様の傾向が得られるのかどうかを検証する。

ボラティリティコントロールリターンを分解する文脈で分析を行うため、ボラティリティコントロールキャピタルゲインとボラティリティコントロールイールドはそれぞれ、生リターンのキャピタルゲインとイールドを生リターンの標準偏差で割ることで作成する。なお、標準偏差は第9節で作成したものと同一である。

表21a, 表22aにキャピタルゲインにおける3分位と順位加重ポートフォリオの分析結果を示し、表21b, 表22bにイールドにおける3分位と順位加重ポートフォリオの分析結果をそれぞれ示す。シャープレシオと t 値を中心に見ていくと、等ウェイトについては第6節の結果と比較してキャピタルゲインはパフォーマンスが上がり、イールドは下がる。キャリアでは3分位と順位加重ポートフォリオ共にキャピタルゲインでパフォーマンスが上がり、イールドで下がる。モメンタムスプレッドにおいても同様に3分位と順位加重ポートフォリオ共にキャピタルゲインでパフォーマンスが上昇、イールドで下落する。バリューについては3分位と順位加重ポートフォリオ共にキャピタルゲインでパフォーマンスが下落し、イールドで上昇する。最後にモメンタムについて、3分位ではキャピタルゲイン、イールド共にパフォーマンスが上がる。順位加重ではキャピタルゲインでパフォーマンスが下がり、イールドは上がる。

ボラティリティコントロールを行うことで、キャピタルゲインとイールドともにキャリア、モメンタムスプレッド、バリューはシャープレシオの絶対値が小さくなり、等ウェイトとモメンタムは大きくなる。第9節の結果よりボラティリティコントロールを行った際にキャリア、モメンタムスプレッド、バリューは生リターンと比べてパフォーマンスはまちまちか減少する。一方、等ウェイトとモメンタムはパフォーマンスが上昇しており、ボラティリティコントロールによってファクター効果が強まった事がキャピタルゲインとイールド両方で分かる。

表 21: 3 分位ポートフォリオリターン

(a) ボラティリティコントロールキャピタルゲイン

	Eq Weight	Carry				Momentum			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	22.73%	-51.77%	30.16%	88.53%	-140.30%	4.13%	24.50%	39.64%	-35.51%
標準偏差	29.20%	42.75%	33.22%	34.72%	43.84%	38.27%	37.84%	35.54%	42.00%
シャープレシオ	0.778	-1.211	0.908	2.550	-3.200	0.108	0.648	1.115	-0.845
<i>t</i> 値	4.55	-6.37	5.87	18.36	-19.20	0.62	3.81	7.42	-5.17
		Momentum Spread				Value			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		10.08%	25.62%	31.82%	-21.74%	38.76%	21.28%	-2.70%	41.47%
標準偏差		39.60%	35.61%	35.45%	42.77%	40.92%	36.57%	34.69%	47.31%
シャープレシオ		0.255	0.719	0.898	-0.508	0.947	0.582	-0.078	0.876
<i>t</i> 値		1.47	4.25	5.62	-2.99	5.60	3.52	-0.47	5.61

(b) ボラティリティコントロールイールド

	Eq Weight	Carry				Momentum			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均	-13.61%	73.49%	-22.10%	-90.77%	164.25%	17.67%	-13.53%	-44.87%	62.54%
標準偏差	9.64%	20.83%	6.44%	10.04%	21.17%	15.34%	17.04%	10.86%	18.54%
シャープレシオ	-1.412	3.529	-3.433	-9.036	7.758	1.152	-0.794	-4.132	3.373
<i>t</i> 値	-5.41	14.63	-12.27	-34.65	33.05	5.12	-3.53	-16.24	14.48
		Momentum Spread				Value			
		P1	P2	P3	P1-P3	P1	P2	P3	P1-P3
平均		13.61%	-22.26%	-30.62%	44.23%	-29.87%	-20.41%	4.01%	-33.88%
標準偏差		20.63%	9.74%	13.62%	23.22%	20.98%	12.72%	12.16%	23.64%
シャープレシオ		0.660	-2.285	-2.249	1.905	-1.424	-1.604	0.329	-1.433
<i>t</i> 値		2.87	-9.80	-9.32	8.78	-6.02	-6.25	1.30	-6.01

等ウェイトと4つのファクターそれぞれの3分位ポートフォリオにおける結果を示す。P1-P3はP1のリターンとP3のリターンの差をとったロングショートポートフォリオである。平均、標準偏差、シャープレシオは年率である。*t*値は平均に関するNewey and West (1987)に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり9から21種類である。分析期間はバリューが1974年11月から2023年4月まで、他の3ファクターは1972年11月から2023年4月まで。

表 22: 順位加重ポートフォリオリターン

(a) ボラティリティコントロールキャピタルゲイン

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	22.73%	-146.54%	-38.21%	-20.56%	39.79%
標準偏差	29.20%	42.26%	38.95%	40.43%	44.94%
シャープレシオ	0.778	-3.467	-0.981	-0.509	0.885
t 値	4.55	-20.02	-6.15	-3.01	5.66

(b) ボラティリティコントロールイールド

	Eq Weight	Carry	Momentum	Momentum Spread	Value
平均	-13.61%	169.32%	63.52%	45.03%	-32.74%
標準偏差	9.64%	22.92%	16.55%	23.22%	23.26%
シャープレシオ	-1.412	7.387	3.838	1.939	-1.408
t 値	-5.41	33.29	16.03	9.02	-6.06

等ウェイトと 4 つのファクターそれぞれの順位加重ポートフォリオにおける結果を示す。平均、標準偏差、シャープレシオレシオは年率である。 t 値は平均に関する *Newey and West (1987)* に基づく統計量である。対象のコモディティは時点によって異なり 9 から 21 種類である。分析期間はバリューが 1974 年 11 月から 2023 年 4 月まで、他の 3 ファクターは 1972 年 11 月から 2023 年 4 月まで。

参考文献

- Asness, C. S., T. J. Moskowitz, and L. H. Pedersen (2013) “Value and momentum everywhere,” *Journal of Finance*, 68(3), 929–985.
- Boons, M. and M. P. Prado (2019) “Basis-momentum,” *Journal of Finance*, 74(1), 239–279.
- Davis, J., M. Dorsten, N. Gillmann, and J. Tsai (2022) “Carry momentum,” *Financial Analysts Journal*, 78(1), 5–38.
- Fama, E. F. and K. R. French (2015) “A five-factor asset pricing model,” *Journal of Financial Economics*, 116(1), 1–22.
- Fuertes, A.-M., J. Miffre, and A. Fernandez-Perez (2015) “Commodity strategies based on momentum, term structure, and idiosyncratic volatility,” *Journal of Futures Markets*, 35(3), 274–297.
- Han, M. (2023) “Commodity momentum and reversal: Do they exist, and if so, why?” *Journal of Futures Markets*, 43(9), 1204–1237.
- Kang, J. and K. Y. Kwon (2021) “Volatility-managed commodity futures portfolios,” *Journal of Futures Markets*, 41(2), 159–178.
- Koijen, R. S. J., T. J. Moskowitz, L. H. Pedersen, and E. B. Vrugt (2018) “Carry,” *Journal of Financial Economics*, 127(2), 197–225.
- Markwat, T., J. Quist, and C. Zomerdijk (2020) “Value investing for commodities,” *Journal of Alternative Investments*, 23(2), 127–140.
- Moreira, A. and T. Muir (2017) “Volatility-managed portfolios,” *Journal of Finance*, 72(4), 1611–1644.
- Moskowitz, T. J., Y. H. Ooi, and L. H. Pedersen (2012) “Time series momentum,” *Journal of Financial Economics*, 104(2), 228–250.
- Newey, W. K. and K. D. West (1987) “A Simple, positive semi-definite, heteroskedasticity and autocorrelation consistent covariance matrix,” *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, 55(3), 703–708.
- Newey, W. K. and K. D. West (1994) “Automatic lag selection in covariance matrix estimation,” *Review of Economic Studies*, 61(4), 631–653.
- Sakkas, A. and N. Tessaromatis (2020) “Factor based commodity investing,” *Journal of Banking & Finance*, 115, 105807.
- Szymanowska, M., F. de Roon, T. Nijman, and R. Van den Goorbergh (2014) “An anatomy of commodity futures risk premia,” *Journal of Finance*, 69(1), 453–482.