企業活動における利益および資産に対するリスクファクターの特定とリスク管理

2023/3/11

20838307　小倉　峻輔

目次

1. 動機

・商社や製造業では利益や企業価値が原材料価格に大きく左右されることがある。
・原材料価格の変化により、倉庫に保管している素材の在庫品、仕掛品の価値が変わってしまい、決算の数値に影響が出る。

住商、最終赤字850億円　資源減損3250億円に拡大

15年3月期

2015/3/26 1:12

住友商事は25日、2015年3月期の連結決算が16年ぶりの最終赤字になると発表した。100億円の黒字予想から一転し、赤字額は850億円に膨らむ。原油や鉄鉱石といった資源価格の下落で2400億円を見込んでいた減損損失が3250億円に増える。資源の市況分析や技術評価をする組織を立ち上げるなどリスク管理体制を整えて業績の立て直しを目指す。

図１．日経新聞より抜粋

- 原材料価格の変動による企業価値の変化を適切に管理する必要がある。

- 企業のリスクファクターに対する感応度を分析。
- 企業価値自体をデリバティブでヘッジするリスク管理を行う。

2. 先行研究（構造型モデル）

◎資産ベース (マートンモデル)

[1] 資産価値が幾何ブラウン運動に従うとし、一定の満期で債務超過を判断（Merton (1974)）

◎利益ベース (EBITの確率過程)

[2] 企業の瞬間的な利益（EBIT）を確率過程（算術ブラウン運動）で表し、資産価値を利益の集積で表現（Genser (2006)）

[3] 受注額の変動をモデル化し、利益および資産価値を算出することで将来の資産価値の分布を推計（山中・木下 (2018)）

[4] 情報が乏しい非上場企業の信用リスク評価を行うため、利益変化のドリフトをベイズ推定により改良（山本・澤田 (2019)）

2. 先行研究：改善の方向性①

①先行研究では資産、利益のプロセスを確率モデルで表現。

- **実際の企業価値の変動からは乖離してしまい、実態に即していない面がある。**

◆改善の方向性

- 企業活動の実態に即してリスクファクター（原材料価格など）の変動による利益や企業の資産価値の変動を表現したい。
- 原材料価格に高い感応度がある売上、コストからモデリングを始め、利益（売上ーコスト）を表現する。

2. 先行研究：改善の方向性②

②先行研究では資産価値が負債を下回った際にデフォルトを定義

- 実務面では融資元はストック（資産額）とフロー（売上or利益）を見て、貸し出しを行っている。
- 例えば、ストックが潤沢にあった場合でも、フローが少ないと、融資元の評価は低くなる。

◆改善の方向性

- フローとストックの両方を勘案した、デフォルトの定義と評価を行う。

3. 提案するモデル①：リスクファクターの定義

- 企業のリスクファクターには有価証券報告書からアルミ等のコモディティ、為替、輸送費インデックスの決算期間内での変化率を使用。
- 日々、企業活動を行うため、変化率には期末時点の価格の変化率だけでなく、決算期間内の平均価格の変化率を使用。

表１　採用ししたリスクファクター

変数名	資産	使用した変化率
ALMI	アルミニウム	決算期内の平均価格の変化率
Cu	銅	決算期内の平均価格の変化率
Fe	鉄	決算期内の平均価格の変化率
USDJPY	円ドル為替	期末時点同士の価格変化率
Oil	原油	決算期内の平均価格の変化率
Tr	輸送費インデックス	期末時点同士の価格変化率

3. 提案するモデル①

- 企業の資産価値＝流動的資産＋固定的資産
- 各資産の増分をフローから定式化
- 売上高を資金繰り用に流動的資産、設備投資用に固定的資産へ配分

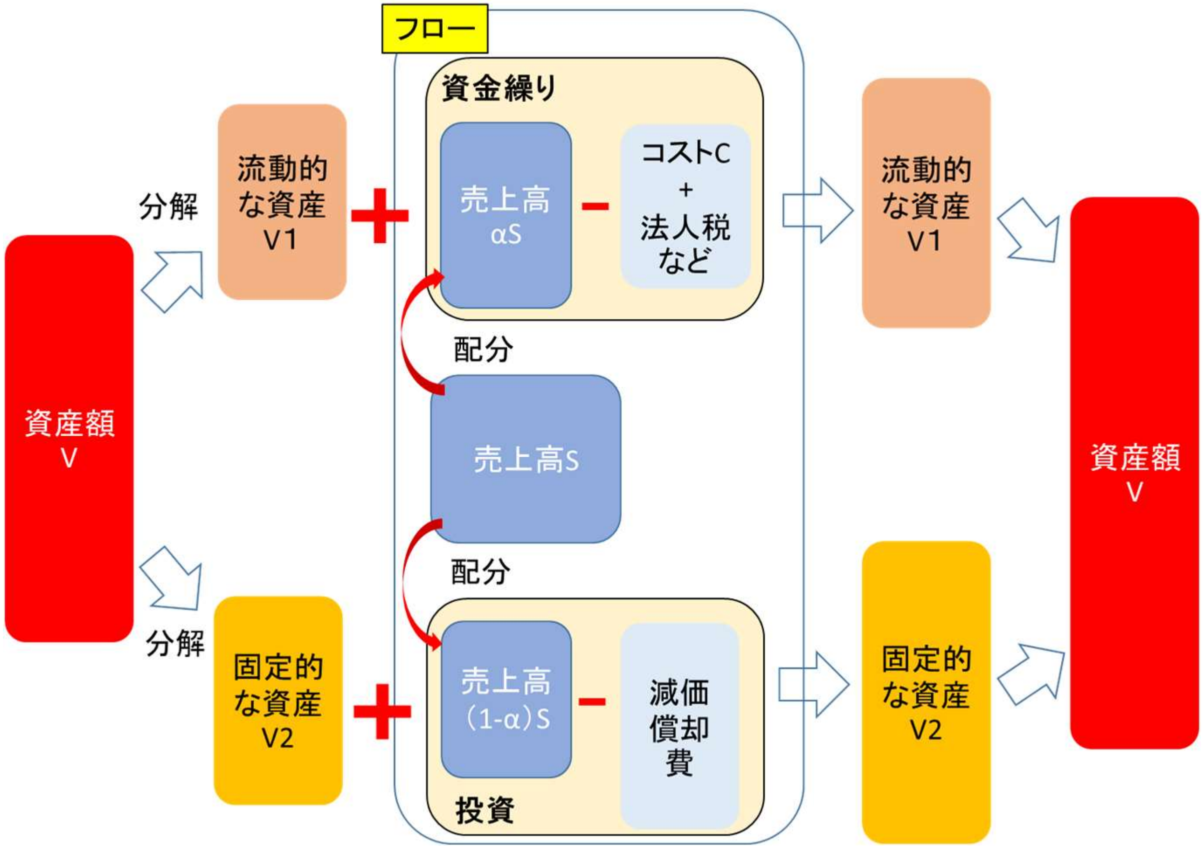

図2．モデルの概要

3. 提案するモデル①:財務データ上のフローと資産・負債額間のモデル

- 主要財務指標は四半期決算を使用、Δtは決算頻度の3か月。
- フロー（売上S、コストC など）から流動的な資産V_1、固定的な資産V_2、負債Lの増分を表現。
- EBITDA η（売上高S −コストC）の正負で異なる増分をモデル化。

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t)$$

$$\eta(t) = S(t) - C(t)$$

$$\Delta V_1(t) = V_1(t) - V_1(t - \Delta t)$$

$$= \begin{cases} \underline{\alpha S(t) - C(t)} - r_{int} L(t - \Delta t) - \tau_{sum}\eta(t) + \Delta AR(t) + \Delta I(t), & \eta(t) \geq 0 \\ \underline{S(t) - C(t)} - r_{int} L(t - \Delta t) + \Delta AR(t) + \Delta I(t), & \eta(t) < 0 \end{cases}$$

$$\Delta V_2(t) = V_2(t) - V_2(t - \Delta t)$$

$$= \begin{cases} \underline{(1 - \alpha)S(t)} - \mu_{dep} V_2(t - \Delta t), & \eta(t) \geq 0 \\ -\mu_{dep} V_2(t - \Delta t), & \eta(t) < 0 \end{cases}$$

$$\Delta L(t) = \Delta AP(t)$$

$S(t)$：期間 $(t - \Delta t, t]$ の売上高，$C(t)$：期間 $(t - \Delta t, t]$ の売上原価（コスト）− 減価償却費，$\eta(t)$：期間 $(t - \Delta t, t]$ の EBITDA（$= S(t) - C(t)$），
$AR(t)$：時刻 t の売掛金，$I(t)$：時刻 t の在庫， $AP(t)$：時刻 t の買掛金，α：売上高のうち，返済や支払い等で現金のまま保有する割合
r_{int}：支払利息率，τ_{sum}：EBITDA にかかる法人税率 τ_c と配当性向 τ_e の和， μ_{dep}：減価償却率 $(0 \leq \mu_{dep} \leq 1)$，$L(t)$：負債＝短期借入金＋長期借入金＋買掛金

3. 提案するモデル①:フローとリスクファクター間の関係式

- フロー（売上S、コストC など）の変化率をリスクファクター$f_k(t)$と一四半期前のリスクファクター$f_k(t-\Delta t)$、季節変動項$SD(t)$ で表現。

$$\frac{S(t)}{S(t-\Delta t)} - 1 = a_S + \sum_{k=1}^{K} \{p_{S,k} f_k(t) + q_{S,k} f_k(t-\Delta t)\} + \sum_{j=1}^{4} \{s_{S,j} SD_j(t)\} + \sigma_S \varepsilon_S(t)$$

$$= a_S + \boldsymbol{p_S} \cdot \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{q_S} \cdot \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \boldsymbol{s_S} \cdot \boldsymbol{SD}(t) + \sigma_S \varepsilon_S(t)$$

$$\frac{C(t)}{C(t-\Delta t)} - 1 = a_C + \boldsymbol{p_C} \cdot \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{q_C} \cdot \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \boldsymbol{s_C} \cdot \boldsymbol{SD}(t) + \sigma_C \varepsilon_C(t)$$

$$\frac{AR(t)}{AR(t-\Delta t)} - 1 = a_{AR} + \boldsymbol{p_{AR}} \cdot \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{q_{AR}} \cdot \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \boldsymbol{s_{AR}} \cdot \boldsymbol{SD}(t) + \sigma_{AR} \varepsilon_{AR}(t)$$

$$\frac{I(t)}{I(t-\Delta t)} - 1 = a_I + \boldsymbol{p_I} \cdot \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{q_I} \cdot \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \boldsymbol{s_I} \cdot \boldsymbol{SD}(t) + \sigma_I \varepsilon_I(t)$$

$$\frac{AP(t)}{AP(t-\Delta t)} - 1 = a_{AP} + \boldsymbol{p_{AP}} \cdot \boldsymbol{f}(t) + \boldsymbol{q_{AP}} \cdot \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \boldsymbol{s_{AP}} \cdot \boldsymbol{SD}(t) + \sigma_{AP} \varepsilon_{AP}(t)$$

- リスクファクター$f_k(t)$はVAR(1)の時系列モデルを使用。

$$\boldsymbol{f}(t) = \boldsymbol{c_{VAR}} + \boldsymbol{\Phi_{VAR}} \boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \mathrm{diag}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{VAR}}) \tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\boldsymbol{VAR}}(t)$$

3. 提案するモデル②:デフォルトのモデル

- 融資元の固定的な資産を評価する度合いをβ（$0 \leq \beta \leq 1$）として設定
- 負債額と融資目線の資産額（＝流動的な資産＋評価考慮後の固定的な資産）を比較

融資目線の資産額 $V^*(t) = V_1(t) + \beta V_2(t)$

デフォルト時刻 $\tau^* = \inf_{t>0} \{t : V^*(t) \leq L(t)\}$

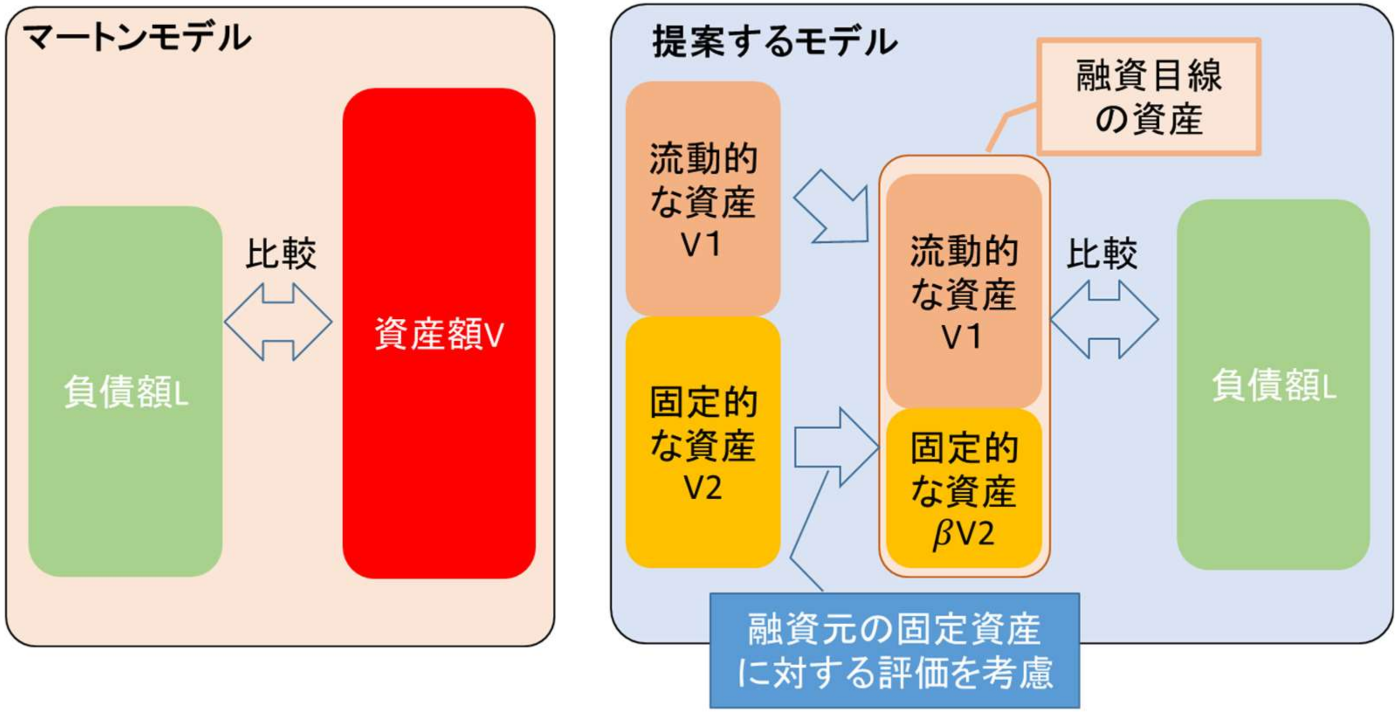

図3．デフォルト時刻のモデルの概要

3. 提案するモデル③:デリバティブの評価（コモディティ）

- コモディティについてはSchwartzの1-ファクターモデルを使用
- 満期Tの先物、ストライクをKとしたときのコール・プットオプションの価格を計算

原材料価格 $X(t)$ は観測確率 $\mathbb{P}$ の下で

$$dX(t) = \kappa(\mu_X - \log X(t))X(t)dt + \sigma_X X(t)dz(t)$$

の確率過程に従うと仮定する．ここで κ は平均回帰の強さ，μ_X は平均回帰水準，σ_X はボラティリティ，$z(t)$ は標準ブラウン運動である．

先物価格

$$\begin{aligned} F(X,T) &= \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[X(T)] = \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[e^{Y(T)}] \\ &= \exp\{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[Y(T)] + \frac{1}{2}\mathbb{V}^{\mathbb{Q}}[Y(T)]\} \\ &= X(0)^{e^{-\kappa T}} \exp\{(1-e^{-\kappa T})m^* + \frac{\sigma_X^2}{4\kappa}(1-e^{-2\kappa T})\} \end{aligned}$$

コールオプション

$$\begin{aligned} C(T,K) &= e^{-r_f T}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\max(X(T)-K,0)] \\ &= e^{-r_f T}\{\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[X(T)]\Phi(d) - K\Phi(d-\sigma_{\log X(T)})\} \end{aligned}$$

プットオプション

$$\begin{aligned} P(T,K) &= e^{-r_f T}\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[\max(K-X(T),0)] \\ &= e^{-r_f T}\{-\mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[X(T)]\Phi(-d) + K\Phi(-d+\sigma_{\log X(T)})\} \end{aligned}$$

$$d = \frac{\log \mathbb{E}^{\mathbb{Q}}[X(T)/K]}{\sigma_{\log X(T)}} + \frac{\sigma_{\log X(T)}}{2} = \frac{\mu_{\log X(T)} - \log K}{\sigma_{\log X(T)}} + \sigma_{\log X(T)}$$

3. 提案するモデル③:デリバティブの評価（為替）

- 為替についてはBlack-Scholesモデルを使用
- 満期Tの先物、ストライクをKとしたときのコール・プットオプションの価格を計算

為替レート $Fx(t)$ は，μ_{Fx} と σ_{Fx} を定数，$w(t)$ を観測確率 $\mathbb{P}$ の下での標準ブラウン運動として

$$dFx(t) = \mu_{Fx} Fx(t)dt + \sigma_{Fx} Fx(t)dw(t)$$

の幾何ブラウン運動に従うと仮定

先物価格 $$F_{Fx}(T) = e^{(r_d - r_f)T} Fx(0)$$

コールオプション $$C(T,K) = e^{-r_d T}\{Fx(0)\Phi(d) - K\Phi(d_-)\}$$

プットオプション $$P(T,K) = e^{-r_d T}\{K\Phi(-d_-) - Fx(0)\Phi(-d)\}$$

$$d = \frac{\log \frac{Fx(0)}{K} + \frac{1}{2}\sigma_{Fx}^2 T}{\sigma_{Fx}\sqrt{T}}, \quad d_- = d - \sigma_{Fx}\sqrt{T}$$

ただし，外国の無リスク金利を r_f，国内の無リスク金利を r_d で一定と仮定

4. デリバティブによるヘッジの評価と数値例（資産価値の変動）

- リスクファクターを1つに限定し、1四半期前のリスクファクターの影響を考慮しない
- 季節変動項を考慮しない
- ヘッジする期間は一期間のみ
- $\tilde{\delta}_{k,0}(0)$ がリスクファクターに対するエクスポージャー、$\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$はサープラスの伸び、$\tilde{Z}_\beta(\Delta t)$はフローの回帰誤差、エクスポージャーに対するヘッジ割合γ_k

ヘッジを行わない場合

$$SP_O(\Delta t) = V^*(\Delta t) - L(\Delta t) = V^*(0) + \Delta V_O(\Delta t) - L(0) - \Delta L(\Delta t)$$
$$= \widetilde{\mu}_{\Delta V,\beta} + \widetilde{\delta}_{k,0}(0) f_k(\Delta t) + \widetilde{Z}_\beta(\Delta t),$$

先物によるヘッジの場合

$$SP_{FH}(\Delta t) = SP_O(\Delta t) + \gamma_k \widetilde{\delta}_{k,0}(0) \left(\frac{F_k(0) - X_k(\Delta t)}{X_k(0)} \right)$$

オプションによるヘッジの場合

$$SP_{OpH}(\Delta t) = SP_O(\Delta t) - \frac{\gamma_k \delta_{k,0}(0)}{X_k(0)} (\mathrm{Cost}_k(0) - (K - X_k(\Delta t))_+)$$

表２　古川電気工業のエクスポージャー

k	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil	Tr
$\delta_{k,0}(0)$	0	101,221	0	49,925	−56	−10,254
（参考） $\delta_{k,1}(0)$	0	57,217	0	122,998	0	−6,251
合計	0	158,439	0	172,292	−56	−16,605

4. デリバティブによるヘッジの評価と数値例 (リスクファクターと期末時点の変化率)

- リスクファクターに決算期間内の平均価格の変化率$f_k(t)$ を用いた場合、デリバティブのPayOffには決算期末価格が必要。
- 決算期末価格の変化率$r_{f,k,spot}(t)$が必要。

$$r_{f,k,spot}(t) \equiv \frac{X(t)}{X(t-\Delta t)} - 1$$

$$r_{f,k,spot}(t) = c_{k,spot} + b_{k,spot} f_k(t) + \sigma_{k,spot} \epsilon_{k,spot}$$

表３　推定したパラメータ

	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil	Tr
$c_{k,spot}$	0.6 %	0.2 %	0.1 %	—	2.2 %	—
$b_{k,spot}$	0.76	0.69	0.87	—	0.33	—
$\sigma_{k,spot}$	6.0 %	7.1 %	13.8 %	—	23.3 %	—

5. 分析の前提とパラメータ（リスクファクター別・共通）

- 固定的な資産の評価を$\beta = 0.35$、エクスポージャーに対するヘッジ割合$\gamma_k = 0.8$。
- サープラスの変化率$\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$、サープラスの標準偏差$\sqrt{\mathbb{V}[Z_\beta]}$は古川電気工業の値を基準（ベンチマーク）として分析。
- $\tilde{\delta}_{k,o}(0)$、$\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$、$\sqrt{\mathbb{V}[Z_\beta]}$を様々な値に変えることにより、様々な企業を想定し、ヘッジの効果を分析。

表４　企業のパラメータ（共通）

パラメータ	設定値
$\sqrt{\mathbb{V}[\tilde{Z}_\beta]}$	10,347
β	0.35
γ	0.8
$\mathrm{Cov}[\widetilde{Z}_\beta(\Delta t), \varepsilon_{k,spot}]$	0

表５　リスクファクター別のパラメータ

	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil
$\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$	4,105	3,790	4,105	3,543	4,105
$F_k(0)$	2,820.3	8,989.1	102.42	109.37	69.92
$X_k(0)$	2,859.80	9,034.15	108.10	109.42	70.29
~~$f_k(0)$~~	~~1.06 %~~	~~0.82 %~~	~~1.44 %~~	~~0.60 %~~	~~0.82 %~~
~~μ_{f_k}~~	~~1.41 %~~	~~1.05 %~~	~~1.05 %~~	~~0.69 %~~	~~0.82 %~~
σ_{f_k}	7.92 %	9.06 %	18.27 %	5.11 %	25.39 %
$c_{k,spot}$	0.6 %	0.2 %	0.1 %	—	2.2 %
$b_{k,spot}$	0.76	0.69	0.87	—	0.33
$\sigma_{k,spot}$	6.0 %	7.1 %	13.8 %	—	23.3 %

6.先物によるヘッジの効果（デフォルト確率による評価） 1

- σ_{f_k}が大きいとサープラスの変動が高まるためにデフォルト確率の水準を高くする。
- ヘッジコスト、 $\mu_{f_k} > 0$の影響から$\tilde{\delta}_{k,0}(0)$については非対称になる。
- $\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$を変化させた（$\sqrt{\mathbb{V}[\tilde{Z}_\beta]}$を固定）際にはサープラスが小さくなる$\tilde{\mu}_{\Delta V,\beta}$が小さいときほど、ヘッジを行う効果は大きくなる。

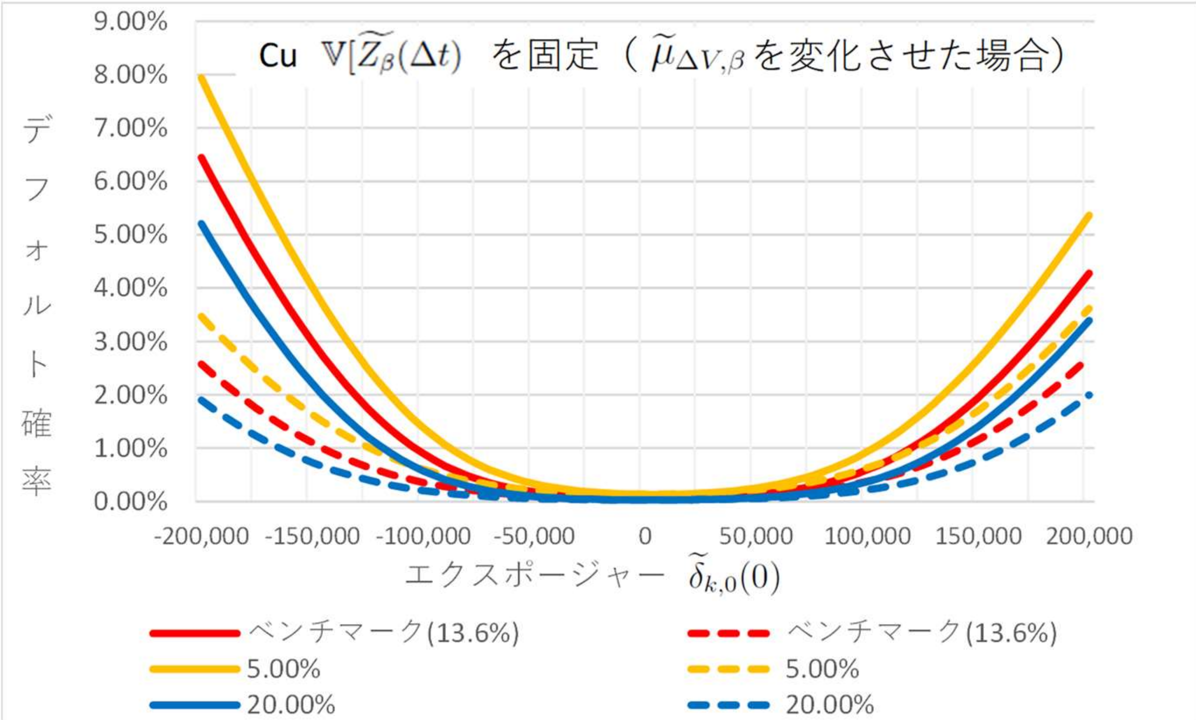

図４．　先物を用いてヘッジを行った場合のデフォルト確率（Cuの場合）

6.先物によるヘッジの効果（デフォルト確率による評価） 2

- Oilでは$\tilde{\delta}_{k,0}(0) > 0$ではむしろヘッジを行うことにより、デフォルト確率を高くしてしまう。
- ヘッジエラーが大きいため、サープラスの変動を却って大きくしてしまうためと考えられる。

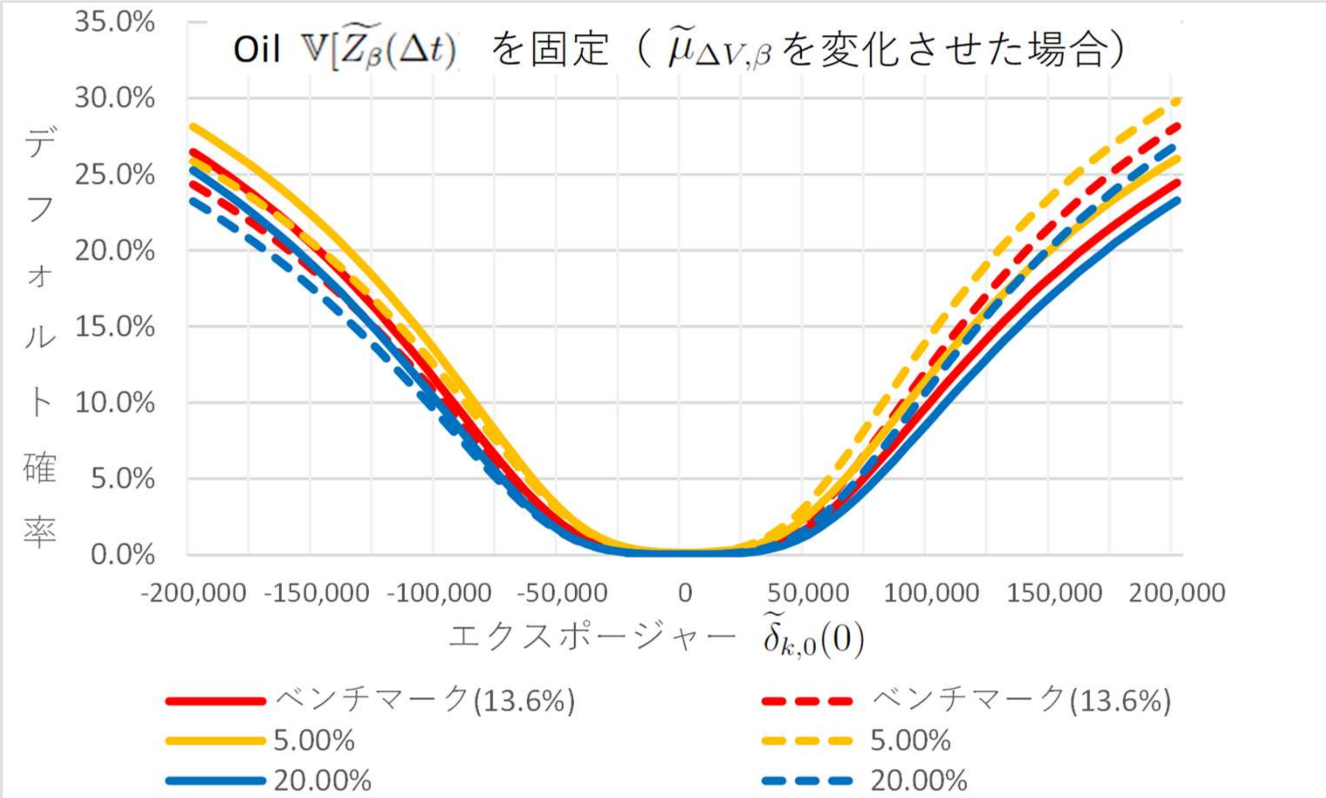

図５．　先物を用いてヘッジを行った場合のデフォルト確率（Oilの場合）

7.オプションによるヘッジの効果（デフォルト確率による評価） 1

- ストライクKをディープなOTMからディープなＩＴＭのオプションにすると、先物によるヘッジのカーブに近づく。最もデフォルト確率の改善効果が高いデリバティブは$\tilde{\delta}_{k,0}(0)$<0では30% ITMのコールオプション、$\tilde{\delta}_{k,0}(0)$>0では先物によるヘッジとなった。（差は0.01%程度）

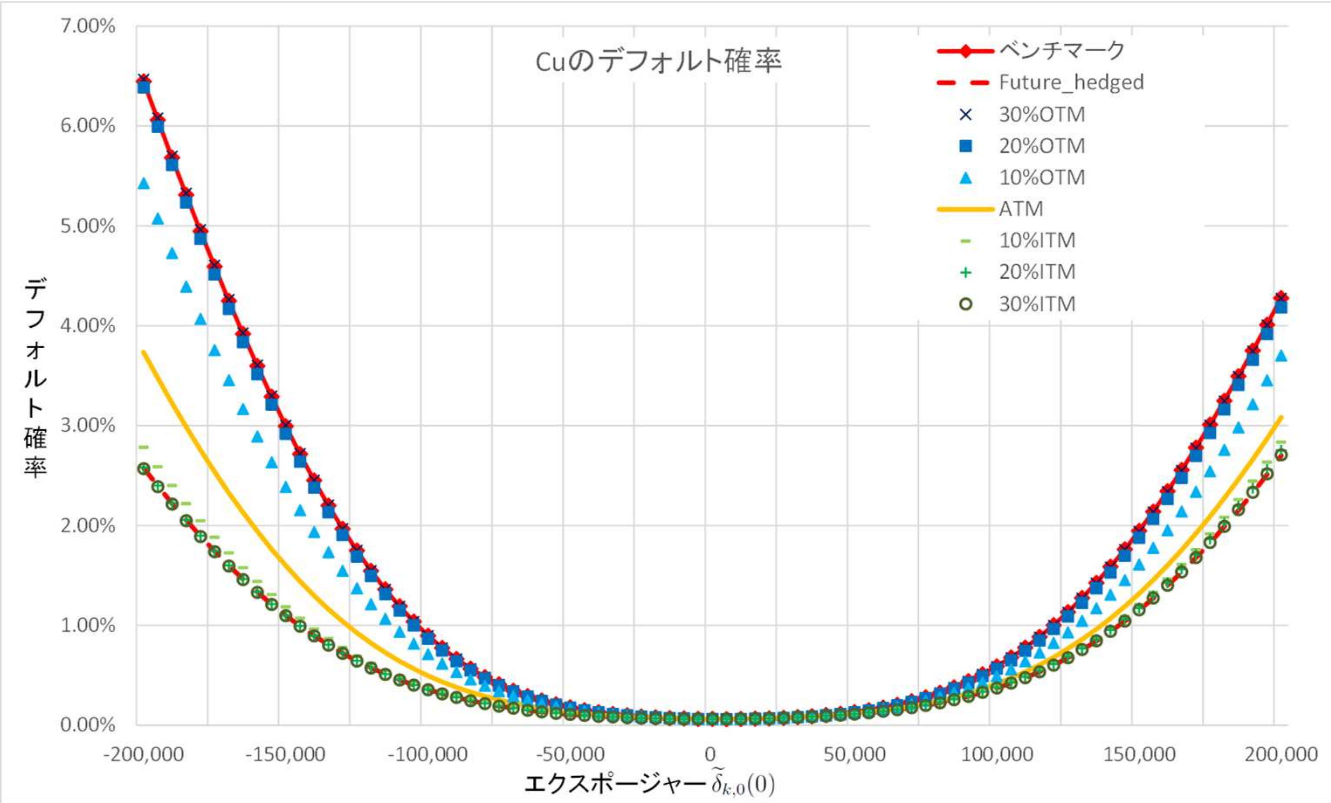

図６．　オプションを用いてヘッジを行った場合のデフォルト確率（Cuの場合）

7.オプションによるヘッジの効果（デフォルト確率による評価）２

- 先物によるヘッジよりも効果の高い、ストライクKのオプションが存在する。（ $\tilde{\delta}_{k,0}(0)$<0では10%ITM、$\tilde{\delta}_{k,0}(0)$>0では10%OTM ）
- ヘッジエラーの大きなOilは先物でヘッジを行う場合、 PayOffがリスクファクター$f_k(\Delta t)$だけでなく、ヘッジエラーも含まれ、却って企業価値の変動を大きくしてしまう。一方オプションではPayOffがPositivePartだけに限定されるために、ヘッジエラーの影響を限定できるためと考えられる。

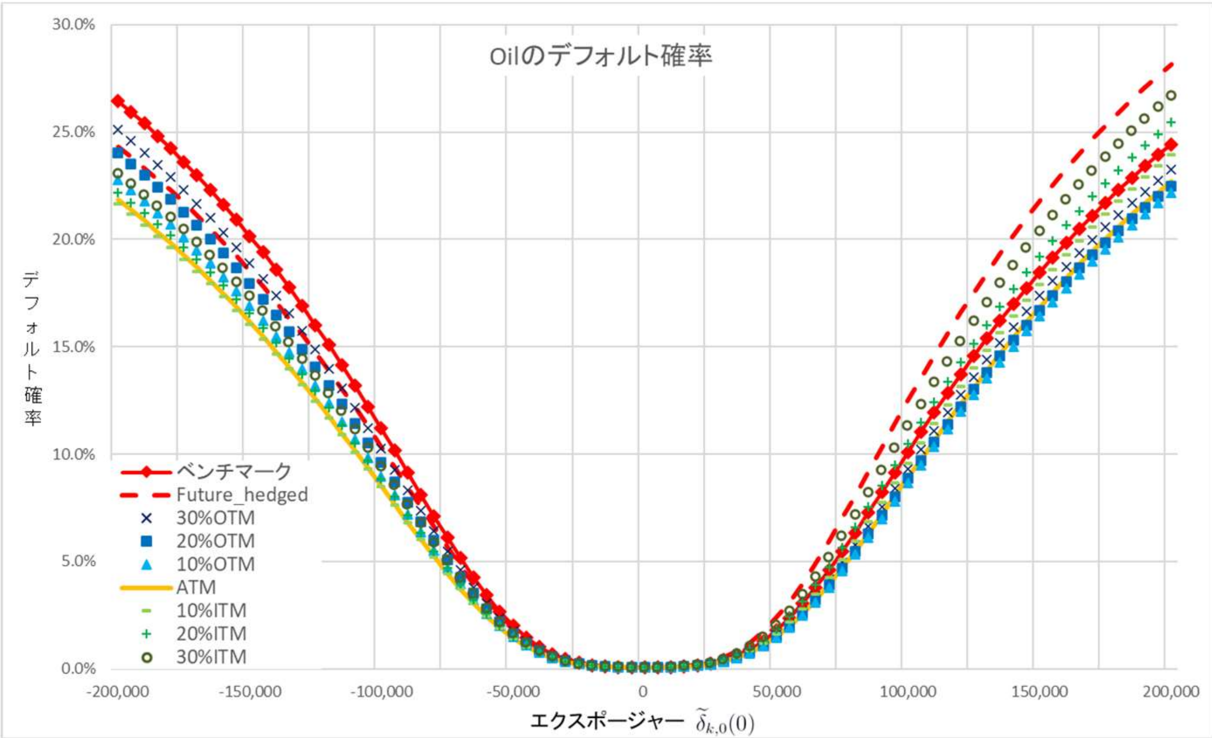

図７． 先物を用いてヘッジを行った場合のデフォルト確率（Oilの場合）

8. 結論

① 従来の構造型モデルでは考慮されていない、企業価値の変動にリスクファクターの影響をモデル化。
- 現実にはリスクファクターの影響を企業が先物、スワップ、オプションなどでヘッジを行っている。

② 利益を原材料価格に高い感応度がある売上、コストからモデリングから始める。

③ 融資元の固定的な資産への評価を用いたデフォルトモデルを構築。
- 従来の構造型モデルではデフォルトを企業の資産価値が負債を下回ることと定義してきたが、実際のフローとストックの両方を勘案して融資は実行される。

④ 先物/オプションによるヘッジの効果をデフォルト確率/Sharpe Ratioの評価方法を提案

⑤ 一期間のヘッジの効果を数値的に確認。
- リスクファクターや企業の特性に応じて、先物/オプションによるヘッジでデフォルト確率/Sharpe Ratioの改善度が異なることを明らかにした。

9．今後の課題

① 複数ファクターを考慮できていないこと
- 一つのリスクファクターと誤差だけを用いて、リスクファクター間の相関を考慮できていないこと。

② 最適ヘッジの分析ができていないこと
- 一期間前のリスクファクターの影響や季節変動項を考慮できていないこと。

③ 多期間にわたる最適ヘッジの分析ができていないこと
- 一期間だけの分析にとどまって多数期間での最適なヘッジ比率を求めることができなかった。

④ デフォルトの発生確率が低い企業のヘッジニーズ
- デフォルトが発生しにくい企業についてヘッジによるSharpe Ratioの改善も行ったが、改善は困難になることを示した。
- しかし実際の企業ではヘッジを行っており、ヘッジニーズを正しく汲み取った評価指標を定めることが必要となる。

■参考文献

・図１．日経新聞記事：https://www.nikkei.com/article/DGXLASGD25H64_V20C15A3MM8000/

Black, F. and Scholes, M. (1973) "The Pricing of Options and Corporate Liabilities," *Journal of Political Economy*, **81**(3), 637–654.

Genser, M. (2006) *A Structural Framework for the Pricing of Corporate Securities*, Springer.

Goldstein, R., Ju, N., and Leland, H. (2001) "An EBIT — Based Model of Dynamic Capital Structure," *The Journal of Business*, **74**(4), 483–512.

Merton, R. C. (1974) "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates," *The Journal of Finance*, **29**(2), 449–470.

Schwartz, E. S. (1997) "The Stochastic Behavior of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging," *The Journal of Finance*, **52**(3), 923–973.

山中卓・木下美咲 (2018) 「受注データに基づく構造型信用リスク評価モデル」, 日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No.18-J-2, 日本銀行.

山中卓・中川秀敏 (2016) 「利益ベースの構造型モデルによる信用リスク評価に関する実証分析」,『第 44 回 JAFEE 大会予稿集』, 168–175.

山本零・澤田一成 (2019) 「ベイズ推定を利用した利益ベースの構造型信用リスクモデルの改良」,『ジャフィー・ジャーナル』, **17**, 1–14.

付録. パラメータ推定①：フローとリスクファクター間の関係式

- 古川電気工業の(3.3)～(3.7)式のフロー（売上、コスト）等の変化率を被説明変数、リスクファクターや$f_k(t)$、 $f_k(t-\Delta t)$、季節変動項$SD(t)$を説明変数とする回帰分析を行う。t値を閾値にする変数増加法を使用。

表６　古川電気工業のリスクファクターの回帰係数の推定結果

param	F_Sale	F_Cost	F_EBITDA	F_AR	F_I	F_AP
const	0.022	0.013	0.14	0.00	0.02	0.00
ALMI_3m_Ave_Lag0	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
ALMI_3m_Ave_Lag-1	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
Cu_ave_3m_Lag0	0.000	0.000	0.00	0.29	0.19	0.37
Cu_ave_3m_Lag-1	0.341	0.315	0.00	0.25	0.00	0.17
Fe_3m_Ave_Lag0	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
Fe_3m_Ave_Lag-1	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
USDJPY_3m_Lag0	0.000	0.000	0.00	0.00	0.37	0.28
USDJPY_3m_Lag-1	0.447	0.444	0.00	0.35	0.35	0.30
Oil_3m_Ave_Lag0	0.158	0.160	0.00	0.00	0.09	0.00
Oil_3m_Ave_Lag-1	0.000	0.000	0.64	0.00	0.00	0.00
tr_3m_Lag0	-0.042	-0.039	-0.10	-0.05	0.00	-0.08
tr_3m_Lag-1	-0.060	-0.056	-0.10	0.00	-0.05	-0.04
Seasonal_dummy1	-0.136	-0.118	-0.35	0.00	0.05	0.00
Seasonal_dummy2	0.038	0.042	0.00	0.00	0.00	0.00
Seasonal_dummy3	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00	0.00
Seasonal_dummy4	0.048	0.058	0.00	0.00	-0.11	0.00

R_sq	0.830	0.841	0.595	0.516	0.662	0.513
Adj_R_sq	0.783	0.797	0.559	0.457	0.583	0.419
Error	0.041	0.037	0.169	0.042	0.443	0.050

付録. パラメータ推定②：VAR(1)モデル

- リスクファクター$f_k(t)$ にはVAR(1)モデルを使用。
- Pythonのstatsmodelより最小二乗法を用いてパラメータを推定

$$\boldsymbol{f}(t) = \boldsymbol{c}_{\boldsymbol{VAR}} + \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VAR}}\boldsymbol{f}(t-\Delta t) + \mathrm{diag}(\tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{VAR}})\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\boldsymbol{VAR}}(t)$$

$$\boldsymbol{c}_{\boldsymbol{VAR}} = \begin{pmatrix} c_{1,VAR} \\ \vdots \\ c_{K,VAR} \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\Phi}_{\boldsymbol{VAR}} = \begin{pmatrix} \Phi_{1,1} & \dots & \Phi_{K,1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \Phi_{1,K} & \dots & \Phi_{K,K} \end{pmatrix}, \quad \tilde{\boldsymbol{\sigma}}_{\boldsymbol{VAR}} = \begin{pmatrix} \sigma_{1,VAR} \\ \vdots \\ \sigma_{K,VAR} \end{pmatrix}$$

表７　推定したパラメータ

	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil	Tr
$c_{k,VAR}$	0.56 %	0.35 %	1.56 %	0.16 %	−0.85 %	14.78 %
$\sigma_{k,VAR}$	6.06 %	7.98 %	16.14 %	4.68 %	17.88 %	53.77 %
$\Phi_{k,ALMI}$	0.27	0.32	0.00	−0.23	−0.05	0.03
$\Phi_{k,Cu}$	−0.05	0.51	0.04	−0.14	−0.14	0.03
$\Phi_{k,Fe}$	−1.00	0.81	0.06	0.13	0.00	0.01
$\Phi_{k,USDJPY}$	0.58	−0.36	−0.01	−0.06	−0.02	0.02
$\Phi_{k,Oil}$	0.12	0.76	0.10	−0.94	−0.37	0.12
$\Phi_{k,Tr}$	1.19	−1.78	1.03	0.38	−0.02	−0.18

表８　推定した誤差の相関係数行列

	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil	Tr
ALMI	1.00	0.77	0.34	−0.04	0.60	0.02
Cu	0.77	1.00	0.68	0.15	0.63	0.16
Fe	0.34	0.68	1.00	0.03	0.45	0.42
USDJPY	−0.04	0.15	0.03	1.00	−0.16	0.01
Oil	0.60	0.63	0.45	−0.16	1.00	0.12
Tr	0.02	0.16	0.42	0.01	0.12	1.00

付録. パラメータ推定③：ヘッジに用いるデリバティブ

- コモディティデリバティブのパラメータはSchwartz（1997）に則り、カルマンフィルターを用いる。
- pythonのpykalmanより推定

表９　推定したパラメータ

	ALMI	Cu	Fe	USDJPY	Oil	Tr
κ	0.26	0.22	0.47	—	0.47	—
m^*	7.65	8.90	4.08	—	4.09	—
σ_X	23.7 %	22.6 %	37.0 %	6.3 %	37.2 %	—
μ_X	4.4 %	21.2 %	8.1 %	—	8.1 %	—
λ	0.19	0.94	0.22	—	0.22	—
m	7.82	9.86	4.25	—	4.26	—