

ベイジアンネットワークを用いた本邦市場の伝播構造の分析  
**Contagious effects of the Japanese market using  
a Bayesian network**

ファイナンスプログラム 2022 年度研究発表会

---

小熊 陸

2023 年 3 月 11 日

東京都立大学大学院 経営学研究科 経営学専攻 博士前期課程 2 年

目的

先行研究

モデルの枠組み

分析結果

追加検証

結論と今後の課題

付録

## 目的

---

- 本邦の株式市場における，ストレス事象発生時（株価の急激な下落を想定）において，業種間の伝播構造を**ベイジアンネットワーク**を用いて把握する．
- ベイジアンネットワークは，**条件付き確率**を用いて因果・依存関係を**有向非循環グラフ（Directed Acyclic Graph: DAG）**で表現するグラフィカルモデルの一種．



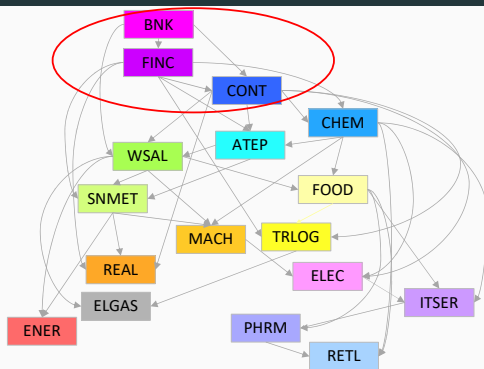


図 1(a) : Value at Risk 信頼水準 95% (過去 500 日)

$$\begin{aligned} \Pr(\text{BNK}, \text{FINC}, \text{CONT}) = \\ \Pr(\text{BNK}) \Pr(\text{FINC}|\text{BNK}) \Pr(\text{CONT}|\text{FINC}, \text{BNK}) \end{aligned} \quad (1)$$

## 先行研究

---

## ▶ グレンジャー因果性検定

(変数間の先行遅行関係を因果性として捉える)

1. Foglia *et al.* (2022), Pacelli, Miglietta and Foglia (2022), Li *et al.* (2019) :

- ・ 金融機関等を対象にグレンジャー因果性検定を利用してネットワークを推定.

## ▶ ベイジアンネットワーク (2, 3 : 離散型, 4 : 連続型)

2. Anagnostou *et al.* (2020) :

- ・ ロシア国債及びロシア企業 16 社を対象.
- ・ Credit Default Swap の時系列データから, Spread の**累積上昇率**が閾値を超えたか否かによってストレス事象を特定し, 離散型ベイジアンネットワークを学習.

3. Ionășcuți and Dima (2022) :

- ・ 世界主要国 17 の株価指数を対象.
- ・ 伝播構造を構成する際の閾値として, 信頼水準 85%と 95%の**期待ショートフォール**を使用し, 離散型ベイジアンネットワークを学習.

4. Apps (2020) :

- ・ 英国 3 銀行の株価収益率とそのポートフォリオを対象.
- ・ 時系列データから収益率の確率分布をベイジアンネットワークで学習し, **Value at Risk (以下, VaR)** の水準を検証.



## モデルの枠組み

---

Anagnostou *et al.* (2020) の手法に倣い、離散型ベイジアンネットワーク（以下、ベイジアンネットワーク）を学習。

1. **TOPIX-17 シリーズ**に連動した 17 業種別 ETF を用いて、2010 年 4 月 8 日から 2022 年 10 月 31 日までの期間を対象として、各業種の**ストレス事象の有無を 0-1 の 2 値データ（離散値）**に変換。
2. ストレス事象の特定は、2 通りを想定。
  - ▶ ヒストリカル法による Value at Risk (VaR) により、**日次損失率が信頼水準 95%あるいは 99%を超過**。
  - ▶  $\epsilon$ -drawdown により、**累積損失率が信頼水準 95%あるいは 99%に相当する閾値を超過**。
3. 2 値データに対して、Scutari (2010) に基づく R パッケージ “bnlearn” Scutari (2022) を用いてベイジアンネットワークを学習。
4. 構造学習は、**ベイズ情報量規準 BIC** でパラメータを最尤推定しながら、hill-climbing 法で実施。

### ▶ ヒストリカルシミュレーション法による VaR

- 銘柄  $i$  の日次収益率  $r_{i,t}$  について、時点  $t$  での信頼水準  $\alpha$  の VaR である  $\text{VaR}_{i,t}(\alpha)$  は、収益率の  $1 - \alpha$  分位点を損失率で表現。
- 観測期間 (ウィンドウ) を  $T = 500$  とし、時点  $t$  をローリングする。
- 以下の通り R の quantile 関数の標準手法で求める。

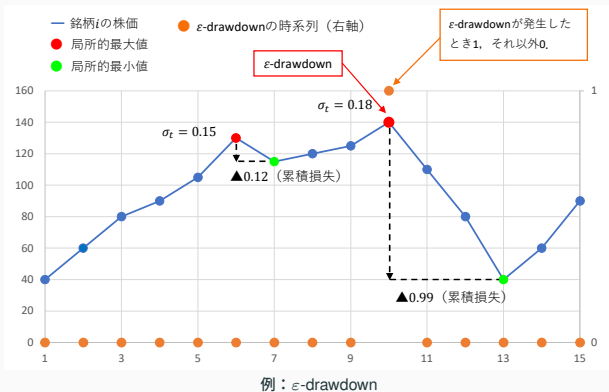
$$\text{VaR}_{i,t}(\alpha) = -\text{quantile}(\{r_{i,t-T}, \dots, r_{i,t-1}\}, 1 - \alpha)$$

- 2 値データへの変換は、 $r_{i,t} < -\text{VaR}_{i,t}(\alpha)$  のとき 1, それ以外を 0。

# ストレス事象の特定方法

## ▶ $\varepsilon$ -drawdown

- 局所的な最大値から次の局所的な最小値まで累積損失率が閾値  $\varepsilon$  を超えたとき、**局所的な最大値の時点で**  $\varepsilon$ -drawdown が発生したとする。
- 2 値データへの変換は、 $\varepsilon$ -drawdown が発生したとき 1, それ以外を 0。
- $\varepsilon$  は、時点  $t$  における過去  $T$  日間の標準偏差  $\sigma_t$  と定数  $c$  の積で、ローリングしながら計測。  $c$  は**信頼水準 95%と 99%に相当する値\*** に設定。



\* $c$  の探索手法の詳細は、Oguma (2023) を参照。

## VaR 信頼水準 95%によるストレス事象の 2 値データ

t	FOOD	ENER	CONT	CHEM	PHRM	ATEP	SNMET	MACH	ELEC	ITSER	ELGAS	TRLOG	WSAL	RETL	BNK	FINC	REAL
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
18	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

# 本研究での主な分析対象

表 1: モデルの比較分析対象

No.	比較対象	ベイジアンネットワーク学習のための各種パラメータの設定				学習方法
		学習の対象期間	計測手法	閾値の水準	閾値の観測期間	
1	閾値の水準	2010/4/8-2022/10/31	VaR	信頼水準 95%相当 信頼水準 99%相当	500 日間	BIC
			EDD	信頼水準 95%相当 信頼水準 99%相当	500 日間	BIC
			EDD	信頼水準 95%相当 信頼水準 99%相当	10 日間	BIC
2	計測手法	2010/4/8-2022/10/31	VaR EDD	信頼水準 95%相当	500 日間	BIC
			VaR EDD	信頼水準 99%相当	500 日間	BIC
			EDD	信頼水準 95%相当	500 日間 10 日間	BIC
3	閾値の観測期間	2010/4/8-2022/10/31	EDD	信頼水準 99%相当	500 日間 10 日間	BIC
			EDD	信頼水準 95%相当	500 日間 10 日間	BIC

(A) 計測手法, (B) 閾値の水準, (C) 閾値の観測期間のうち, 2つのパラメータを固定しながら, 残り1つのパラメータの違いによる比較を行う。最後に追加の分析として, エッジの有無を確認する条件付き独立性の検定と, 条件付き確率表を検証する。

# 東証業種別株価指数と TOPIX-17 シリーズの業種区分

表 2: 業種区分（東証業種別株価指数/TOPIX-17 シリーズ）および略称

No.	東証業種別株価指数 (33 業種区分)	TOPIX-17 シリーズ (17 業種区分)	略称	No.	東証業種別株価指数 (33 業種区分)	TOPIX-17 シリーズ (17 業種区分)	略称
1	水産・農林業	食品	FOOD	17	電気機器	電機・精密	ELEC
2	食料品			18	精密機器		
3	鉱業	エネルギー資源	ENER	19	その他製品	情報通信・サービスその他	ITSER
4	石油・石炭製品			20	情報・通信業		
5	建設業	21	サービス業				
6	金属製品	建設・資材	CONT	22	電気・ガス業	電気・ガス	ELGAS
7	ガラス・土石製品			23	陸運業		
8	繊維製品	素材・化学	CHEM	24	海運業	運輸・物流	TRLOG
9	パルプ・紙			25	空輸業		
10	化学			26	倉庫・運輸関連業		
11	医薬品	医薬品	PHRM	27	卸売業	商社・卸売	WSAL
12	ゴム製品	自動車・輸送機	ATEP	28	小売業	小売	RETL
13	輸送用機器			29	銀行業	銀行	BNK
14	鉄鋼	鉄鋼・非鉄	SNMET	30	証券、商品先物取引業	金融（銀行除く）	FINC
15	非鉄金属			31	保険業		
16	機械	機械	MACH	32	その他金融業		
				33	不動産業	不動産	REAL

※略称は、バイジアンネットワークのノードの表記に使用。

## 分析結果

---



図 1(a) : (A) VaR (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 500 日

図 2(a) : (A) EDD (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 500 日

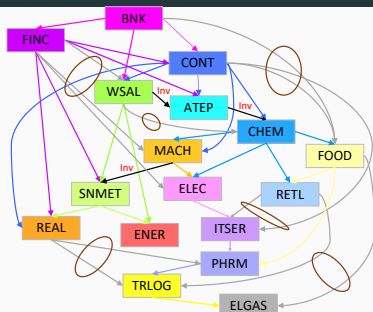
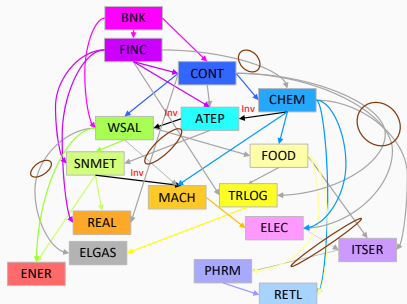


図 1(a) : VaR 信頼水準 95%相当 (過去 500 日)

図 2(a) : EDD 信頼水準 95%相当 (過去 500 日)

※エッジが同色 (除く黒・灰色) の場合, 左右で同じ構造. Inv は「Inverse」を意味し, 黒のエッジは左右で逆向きの構造.

- ▶ 図 1(a) と図 2(a) の比較において, 茶色で囲ったエッジの部分は異なる構造であるが, 他は比較的似た構造である.

図 1(a) : (A)VaR (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 500 日

図 1(b) : (A)VaR (B) 信頼水準 99%相当 (C) 過去 500 日

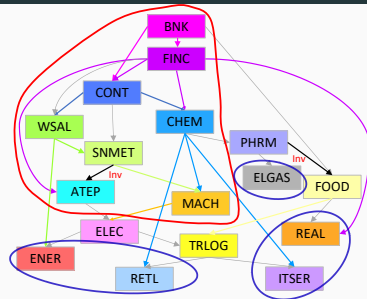
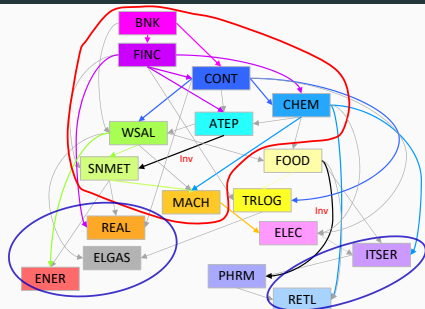


図 1(a) : VaR 信頼水準 95%相当 (過去 500 日)

図 1(b) : VaR 信頼水準 99%相当 (過去 500 日)

※エッジが同色 (除く黒・灰色) の場合、左右で同じ構造. Inv は「Inverse」を意味し、黒のエッジは左右で逆向きの構造.

- ▶ 赤線で囲った銀行 BNK, 金融 (銀行除く) FINC, 建設・資材 CONT, 素材・化学 CHEM, 商社・卸売 WSAL, 非鉄・金属 SNMET, 自動車・輸送機 ATEP, 機械 MACH のノードについては, 似た構造を有している.
- ▶ 青線で囲ったエネルギー資源 ENER, 電気・ガス ELGAS, 不動産 REAL, 小売 RETL, 情報通信・その他サービス ITSER については, 伝播先を持たず, 伝播の受け手となっている.
- ▶ 図 1(a) と図 1(b) は比較的似た構造であるが, 閾値が異なることで図 1(b) のエッジ数が減少している.

図 2(a) : (A)EDD (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 500 日

図 2(b) : (A)EDD (B) 信頼水準 99%相当 (C) 過去 500 日

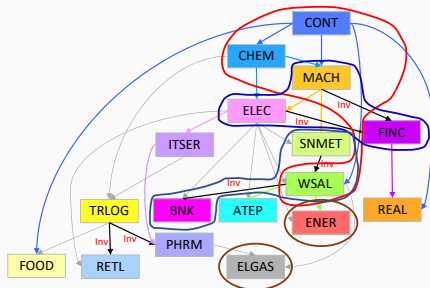
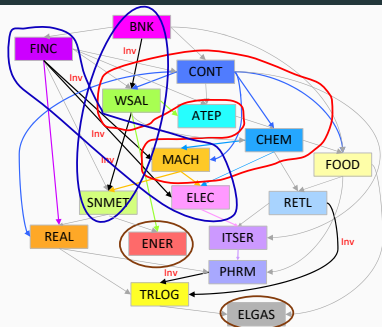


図 2(a) : EDD 信頼水準 95% (過去 500 日)

図 2(b) : EDD 信頼水準 99% (過去 500 日)

※エッジが同色 (除く黒・灰色) の場合, 左右で同じ構造. Inv は「Inverse」を意味し, 黒のエッジは左右で逆向きの構造.

- ▶ 赤色で囲ったで囲った建設・資材 CONT, 素材・化学 CHEM, 機械 MACH, 商社・卸売 WSAL については, 比較的似た構造が維持されている.
- ▶ 青色で囲った銀行 BNK, 商社・卸売 WSAL, 非鉄・金属 SNMET が左右で逆向きの構造となっている. 同様に, 金融 (銀行除く) FINC, 機械 MACH, 電気機器 ELEC も左右で逆向きの構造となる.
- ▶ 茶色で囲ったエネルギー・資源 ENER, 電気・ガス ELGAS については, 伝播する先を持たず, 伝播の受け手となっている.

図 3(a) : (A)EDD (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 10 日

図 3(b) : (A)EDD (B) 信頼水準 99%相当 (C) 過去 10 日

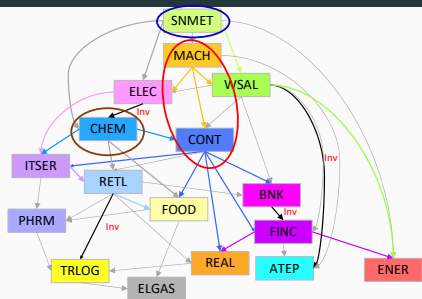


図 3(a) : EDD 信頼水準 95% (過去 10 日)

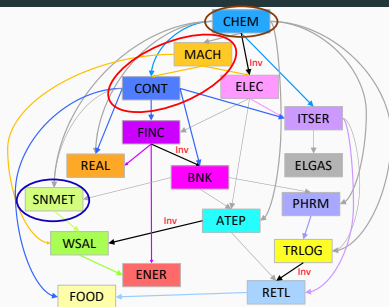


図 3(b) : EDD 信頼水準 99% (過去 10 日)

※エッジが同色 (除く黒・灰色) の場合, 左右で同じ構造. Inv は「Inverse」を意味し, 黒のエッジは左右で逆向きの構造.

- ▶ 赤色で囲った機械 MACH と建設・資材 CONT の伝播構造は, ほぼ維持されている.
- ▶ 青色で囲った非鉄・金属 SNMET について, 図 3(a) ではトップに位置していたが, 図 3(b) では下部の方に位置し, 伝播先も1つと限られている.
- ▶ 茶色で囲った素材・化学 CHEM は, 図 3(a) において伝播先が4つであったが, 図 3(b) でトップに位置し, 伝播先が9つと多方面に伝播している.

図 2(a) : (A)EDD (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 500 日

図 3(a) : (A)EDD (B) 信頼水準 95%相当 (C) 過去 10 日

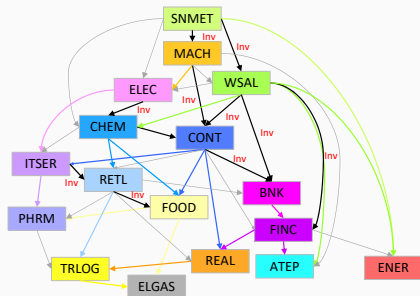
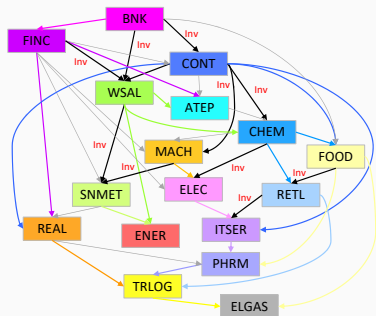


図 2(a) : EDD 信頼水準 95% (過去 500 日)

図 3(a) : EDD 信頼水準 95% (過去 10 日)

※エッジが同色 (除く黒・灰色) の場合, 左右で同じ構造. Inv は「Inverse」を意味し, 黒のエッジは左右で逆向きの構造.

▶ 図 2(a) と図 3(a) の比較では, 構造が部分的に維持されつつも, Inv の数が示す通り, 逆向きの構造になっているものが多数存在する.

- $\varepsilon$ -drawdown の閾値を決める観測期間を 10 日にした場合, **直近**のボラティリティに依存する.
- 観測期間を短くすることにより, **相場が穏やかな時に急な下落があれば, ストレス事象として特定されやすい**. 一方で, **相場が激しく動く時は, 逆にストレス事象として特定されにくくなる**.

## ▶ ロバストな特徴

1. 建設・資材 **CONT**, 素材・化学 **CHEM**, 商社・卸売 **WSAL**, 機械 **MACH**, 電気機器 **ELEC**, 銀行 **BNK**, 金融（銀行除く）**FINC** の業種間の伝播構造は、ネットワークの**上部層から中部層**にかけてまとまっており、多方面に他の業種へ伝播。
2. ネットワークの**下部層**で情報通信・サービスその他 **ITSER**, 医薬品 **PHRM**, 小売 **RETL**, 運輸・物流 **TRLOG** がまとまっている。
3. エネルギー資源 **ENER**, 電気・ガス **ELGAS** などの一部の業種においては、伝播する先を持たず、**他の業種の伝播を受ける**傾向が見られた。

## ▶ ロバストでない特徴

1. VaR と EDD では、構造における**エッジが同じ部分と違うものが混在**。
2. 閾値の水準の変化によって、**エッジの数が減少**。
3. 閾値の観測期間の変化によって、**ノード間のエッジが逆向きとなる**。

## 追加検証

---

- ▶ 業種間の個々のエッジにおいて、親ノードが子ノードと確率的に独立であるか否かをカイ二乗検定で評価.
- ▶ 棄却された場合、「確率的依存関係がある」と判断.
- ▶ 検定の結果は、全てのノード間のエッジにおいて  $p$  値が 1%水準で有意.



# 条件付き確率表（不動産） / VaR 信頼水準 99%（過去 500 日）

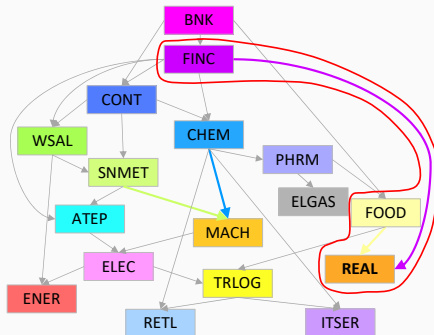


図 1(a) : Value at Risk 信頼水準 99%（過去 500 日）

2 より 3 の方が、不動産 **REAL** のストレス事象発生の条件付き確率が高い。  
親ノードの業種におけるストレス事象の発生状況によって、不動産の条件付き確率が左右される。

1.  $\Pr(\text{不動産 } \mathbf{REAL} = 1 \mid \text{金融（銀行除く） } \mathbf{FINC} = 0, \text{食品 } \mathbf{FOOD} = 0) = 3.0\%$
2.  $\Pr(\text{不動産 } \mathbf{REAL} = 1 \mid \text{金融（銀行除く） } \mathbf{FINC} = 0, \text{食品 } \mathbf{FOOD} = 1) = 7.4\%$
3.  $\Pr(\text{不動産 } \mathbf{REAL} = 1 \mid \text{金融（銀行除く） } \mathbf{FINC} = 1, \text{食品 } \mathbf{FOOD} = 0) = 31.8\%$
4.  $\Pr(\text{不動産 } \mathbf{REAL} = 1 \mid \text{金融（銀行除く） } \mathbf{FINC} = 1, \text{食品 } \mathbf{FOOD} = 1) = 89.5\%$

## 結論と今後の課題

---

1. ロバストな特徴として以下確認。
  - ▶ ネットワーク上の特定の業種において、**上部層や下部層**にまとまる傾向。
  - ▶ **銀行、金融（銀行除く）、建設・資材、商社・卸売、素材・化学**については、多方面に他の業種へ伝播する傾向。
  - ▶ **エネルギー資源、電気・ガス**などの一部の業種について、他の業種の伝播を受ける傾向。
2. ストレス事象の計測手法の違いにより、以下のロバストでない特徴を確認。
  - ▶ VaR と EDD では、構造における**エッジが同じ部分と違うものが混在**。
  - ▶ 閾値の水準の変化によって、**エッジの数が減少**。
  - ▶ 閾値の観測期間の変化によって、**ノード間のエッジが逆向き**。
3. 親ノードの業種の種類及びその業種のストレス事象発生状況で、子ノードの業種における**ストレス事象の条件付き発生確率が大きく左右される**。

1. ベイジアンネットワーク上の特定の業種にストレス事象が発生した場合、**複数のパスがある他の業種**でのストレス事象の条件付き発生確率の推定。  
特に頂点に位置する親ノードから子ノードへと条件付き確率表に従ってモンテカルロシミュレーションを行う場合。
2. 本研究で取り上げた 17 の業種別 ETF のインデックスについて、**東証株価指数 33 業種で細分化した場合の検証**。33 業種にした場合、17 業種では見えなかった伝播構造の把握。

## 参考文献

---

- Anagnostou, I., Rivero, J. S., Sourabh, S., and Kandhai, D. (2020) “Contagious defaults in a credit portfolio: a Bayesian network approach,” *Journal of Credit Risk*, **16**(1), 1–26.
- Apps, E. (2020) “Applying a Bayesian Network to VaR Calculations,” Working Papers 202024, University of Liverpool, Department of Economics.
- Foglia, M., Addi, A., Wang, G.-J., and Angelini, E. (2022) “Bearish Vs Bullish risk network: A Eurozone financial system analysis,” *Journal of International Financial Markets, Institutions and Money*, **77**, 101522.
- Ionășcuți, A. and Dima, B. (2022) “Contagion effects on financial markets risk,” *Journal of Financial Studies*, **12**(7), 105–133.
- Li, J., Yao, Y., Li, J., and Zhu, X. (2019) “Network-based estimation of systematic and idiosyncratic contagion: The case of Chinese financial institutions,” *Emerging Markets Review*, **40**, 100624.
- Oguma, R. (2023) “Contagious effects of the Japanese market using a Bayesian network,” [https://www.biz.tmu.ac.jp/quantitative-finance/wp-content/uploads/2023/01/paper\\_oguma2023.pdf](https://www.biz.tmu.ac.jp/quantitative-finance/wp-content/uploads/2023/01/paper_oguma2023.pdf).
- Pacelli, V., Miglietta, F., and Foglia, M. (2022) “The extreme risk connectedness of the new financial system: European evidence,” *International Review of Financial Analysis*, **84**, 102408.
- Scutari, M. (2010) “Learning Bayesian Networks with the bnlearn R Package,” *Journal of Statistical Software*, **35**(3), 1–22.
- (2022) “bnlearn,” <https://www.bnlearn.com/>.

## 付録

---

株価の日次対数収益率  $X_t$  が独立に平均  $\mu$ ，分散  $\sigma^2$  の正規分布に従うとする ( $X_t \sim N(\mu, \sigma^2)$ , i.i.d.)。株価が連続  $k$  回下落する確率は，標準正規分布の分布関数を  $\Phi(\cdot)$  として，

$$\Pr[X_1 < 0, \dots, X_k < 0] = \Phi\left(\frac{-\mu}{\sigma}\right)^k \quad (2)$$

で与えられる。また， $\varepsilon = c\sigma$  として， $k$  回の累積収益率  $X_1 + \dots + X_k$  が  $c\sigma$  以上下落する確率は，

$$\Pr[X_1 + \dots + X_k \leq -c\sigma] = \Phi\left(\frac{-c\sigma - k\mu}{\sqrt{k}\sigma}\right) \quad (3)$$

となる。ただし  $c$  は定数。

株価が連続  $k$  回下落し，かつ，累積収益率が  $c\sigma$  以上下落する確率は，(2) 式左辺と (3) 式の左辺の事象の同時確率となるが，それぞれの事象は独立ではないため，各事象の確率の積では表現できない。このため，シミュレーションによる評価を検討する。

株価下落の連続回数  $k$  はその回数が増えると (2) 式のとおり連続下落確率が指数的に減衰する．そこで，勘案する最大の連続回数  $m$  を  $m = 10$  に設定する．シミュレーションのパス数を  $N$  とし，各要素が  $N(\mu, \sigma^2)$  に従う正規乱数の  $N \times m$  の行列  $X$  を生成する． $i = 1, \dots, N$ ,  $j = 1, \dots, m$  について，

$$DD_{i,j} = \begin{cases} 1, & X_{i,1} < 0, \dots, X_{i,j} < 0, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (4)$$

となる行列  $DD$  を準備する．すなわち， $DD$  の第  $k$  列は連続  $k$  回の drawdown が発生しているパスを示している．さらに

$$EDD_{i,j} = \begin{cases} 1, & DD_{i,j} = 1 \text{ かつ } \sum_{k=1}^j X_{i,k} < -c\sigma, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \quad (5)$$

となる行列  $EDD$  を準備すると， $\varepsilon = c\sigma$  の  $\varepsilon$ -drawdown が発生する確率  $p(c, \mu, \sigma)$  は，(6) 式で与えられる．

$$p(c, \mu, \sigma) \simeq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left\{ \max_{j=1, \dots, m} EDD_{i,j} \right\} \quad (6)$$



信頼水準  $\alpha$  に対して、定数  $c$  を調整しながら、 $p(c, \mu, \sigma) = 1 - \alpha$  を満たす  $c$  を探索する。

$$p(c, \mu, \sigma) = p(c, \tilde{\mu}, 1), \quad \tilde{\mu} = \frac{\mu}{\sigma} \quad (7)$$

の関係が成立することに注目し、 $\sigma = 1$  を前提とし、 $\tilde{\mu} = 0$  を仮定して、 $m = 10$ 、 $N = 2,000,000$  で計算する。

求めたい信頼水準  $\alpha$  から係数  $c$  を求めた結果は、信頼水準 95%相当で  $c \doteq 1.534$ 、信頼水準 99%相当では  $c \doteq 3.727$ 。

シミュレーションのコードは、Oguma (2023) の補論を参照。